

## THESIS / THÈSE

### MASTER EN INGÉNIEUR DE GESTION À FINALITÉ SPÉCIALISÉE EN ANALYTICS & DIGITAL BUSINESS

#### Utilité du bitcoin dans une diversification de portefeuille

Cobut, Romane

*Award date:*  
2019

*Awarding institution:*  
Université de Namur

[Link to publication](#)

#### General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal ?

#### Take down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us providing details, and we will remove access to the work immediately and investigate your claim.



Utilité du bitcoin dans une diversification de portefeuille

**Romane COBUT**

**Directeur : Prof. O. BERNAL**

Mémoire présenté  
en vue de l'obtention du titre de  
Master 120 en Ingénieur de gestion,  
à finalité spécialisée en Analytics & Digital Business

**ANNEE ACADEMIQUE 2018-2019**

## REMERCIEMENTS

---

J'aimerais tout d'abord remercier sincèrement mon promoteur, Mr. Oscar BERNAL, pour le temps qu'il m'a accordé. J'aimerais également lui adresser mes remerciements pour les nombreux conseils qu'il m'a donnés tout au long de mon travail et pour m'avoir guidée dans l'élaboration de celui-ci.

Mes remerciements vont aussi à tous les professeurs qui m'ont donné cours et qui m'ont transmis tout ce qui a pu m'être utile dans la rédaction de ce travail.

Je souhaiterais également remercier mes parents, ma famille ainsi que mes amis pour leur soutien tout au long de la rédaction de mon mémoire.

Finalement, je voudrais remercier plus précisément mon père qui a pris le temps de lire mon travail afin de corriger les éventuelles erreurs et ma mère pour m'avoir conseillée pour ma présentation finale.

# TABLE DES MATIERES

---

<b>1. INTRODUCTION .....</b>	<b>1</b>
<b>2. REVUE DE LITTERATURE.....</b>	<b>3</b>
<b>2.1. HISTORIQUE DU BITCOIN .....</b>	<b>3</b>
2.1.1. PREMIERE APPARITION .....	3
2.1.2. EVOLUTION ET APPARITION D'UNE POTENTIELLE BULLE SPECULATIVE .....	6
2.1.3. ECLATEMENT DE LA BULLE SPECULATIVE.....	8
2.1.4. FLUCTUATIONS CONTEMPORAINES .....	9
<b>2.2. LE BITCOIN DANS UNE DIVERSIFICATION DE PORTEFEUILLE .....</b>	<b>9</b>
2.2.1. PERIODE PRE-BULLE .....	11
2.2.2. PERIODE POST-BULLE .....	13
<b>3. DONNEES ET PHASE EXPLORATOIRE .....</b>	<b>15</b>
<b>3.1. DONNEES.....</b>	<b>15</b>
<b>3.2. PHASE EXPLORATOIRE .....</b>	<b>16</b>
3.2.1. PERFORMANCE DES DIFFERENTS ACTIFS .....	16
3.2.2. MATRICE DE CORRELATION.....	19
3.2.3. STATISTIQUES DESCRIPTIVES .....	23
<b>4. METHODOLOGIE .....</b>	<b>26</b>
<b>4.1. MODELE AUTOREGRESSIF A TRANSITION LISSE .....</b>	<b>26</b>
<b>4.2. SPECIFICATION DU MODELE .....</b>	<b>29</b>
4.2.1. DETERMINATION DE LA VARIABLE SEUIL .....	29
4.2.2. DETERMINATION DES VARIABLES A CHANGEMENT DE REGIME .....	32
<b>5. RESULTATS .....</b>	<b>33</b>
<b>5.1. MEILLEURE SPECIFICATION EN TERMES DE SIGNIFICATIVITE .....</b>	<b>33</b>
<b>5.2. TEST DE LINEARITE .....</b>	<b>36</b>
5.2.1. TEST DE LINEARITE DE LUUKKONEN, SAIKKONEN ET TERÄSVIRTA .....	37
5.2.2. TEST SEQUENTIEL DE TERÄSVIRTA .....	38
5.2.3. TEST DE ESCRIBANO-JORDA.....	39
<b>5.3. INTERPRETATION DES RESULTATS OBTENUS.....</b>	<b>40</b>
5.3.1. PARTIE LINEAIRE .....	41

5.3.2.	PARTIE NON-LINEAIRE .....	43
5.3.3.	PARAMETRES SLOPE ET THRESHOLD .....	46
<b>6.</b>	<b><u>CONCLUSION ET DISCUSSION .....</u></b>	<b>47</b>
<b>7.</b>	<b><u>ANNEXES .....</u></b>	<b>50</b>
7.1.	ANNEXE 1 : MATRICE DE VARIANCE-COVARIANCE .....	50
7.2.	ANNEXE 2 : EVOLUTION DU RENDEMENT HEBDOMADAIRE DES ACTIFS FINANCIERS .....	51
7.3.	ANNEXE 3 : SPECIFICATION DU MODELE STAR SUR EIEWS .....	52
7.4.	ANNEXE 4 : RESULTATS DU MODELE STAR AVEC FONCTION LOGISTIQUE POUR G .....	53
7.5.	ANNEXE 5 : RESULTATS DU MODELE STAR AVEC FONCTION EXPONENTIELLE POUR G .....	54
7.6.	ANNEXE 6 : RESULTATS DU MODELE TAR.....	55
7.7.	ANNEXE 7 : REPRESENTATION GRAPHIQUE DE LA FONCTION G .....	56
7.8.	ANNEXE 8 : RESULTATS DU MODELE STAR POUR LA PERIODE 2010-2013 .....	57
7.9.	ANNEXE 9 : RESULTATS DU TEST DE LINEARITE POUR LA PERIODE 2010-2013 .....	58
<b>8.</b>	<b><u>BIBLIOGRAPHIE .....</u></b>	<b>59</b>
8.1.	DOCUMENTS .....	59
8.2.	SITES INTERNET .....	64

## TABLE DES TABLEAUX

---

Tableau 1 : Matrice de corrélation des rendements hebdomadaires des actifs financiers étudiés.....	21
Tableau 2 : Matrice de corrélation des rendements hebdomadaires des actifs financiers étudiés avec indices composites .....	23
Tableau 3 : Statistiques descriptives des rendements hebdomadaires des actifs financiers étudiés.....	24
Tableau 4 : Présentation des résultats obtenus en termes de significativité pour les différentes variables seuil identifiées et pour les deux formes que peut prendre la fonction G .....	34
Tableau 5 : Résultats du test de linéarité de Luukkonen, Saikkonen et Teräsvirta, du test séquentiel de Teräsvirta et du test de Escribano-Jorda.....	37
Tableau 6 : Résultats du modèle autorégressif à transition lisse lorsque la variable seuil est la variable dépendante retardée d'une période et que la fonction G est de forme exponentielle .....	41
Tableau A1 : Matrice de variance-covariance d'un portefeuille composé de N actifs .....	50
Tableau A2 : Résultats du modèle LSTAR .....	53
Tableau A3 : Résultats du modèle ESTAR .....	54
Tableau A4 : Résultats du modèle autorégressif à transition brutale lorsque la variable seuil est la variable dépendante retardée d'une période.....	55
Tableau A5 : Résultats du modèle autorégressif à transition lisse lorsque la variable seuil est la variable dépendante retardée d'une période et que la fonction G est de forme exponentielle pour la période 2010-2013 .....	57
Tableau A6 : Résultats du test de linéarité de Luukkonen, Saikkonen et Teräsvirta, du test séquentiel de Teräsvirta et du test de Escribano-Jorda pour la période 2010-2013 .....	58

## TABLE DES FIGURES

---

Figure 1 : Evolution du cours du bitcoin du 19/07/2010 au 03/12/2018.....	6
Figure 2 : Evolution des cours de bourse (en USD) et des taux des actifs d'investissement de 2010 à 2018 .....	17
Figure 3 : Graphiques représentant l'évolution des cours et des taux des différents actifs financiers étudiés.....	31
Figure A1 : Evolution du rendement hebdomadaire des actifs financiers étudiés de 2010 à 2018.....	51
Figure A2 : Spécification du modèle STAR sur le logiciel Eviews .....	52
Figure A3 : Représentation graphique de la fonction G de 2010 à 2018 .....	56

## 1. INTRODUCTION

---

Le bitcoin est une monnaie virtuelle qui, depuis sa première apparition en bourse en 2009, n'a cessé d'attirer l'attention des investisseurs. De nombreux articles ont émergé dans le paysage de la littérature scientifique afin de mieux comprendre cet actif ainsi que le principe qui sous-tend celui-ci, à savoir le principe de la blockchain.

Dans le cadre de ce travail, il s'agit de l'aspect investissement de cette cryptomonnaie qui sera analysé et plus précisément de sa capacité à diversifier un portefeuille composé d'actifs financiers traditionnels. Dans le passé, d'autres auteurs se sont déjà penchés sur la question, il s'agit notamment de [Brière et al \(2015\)](#), [Eisl et al \(2015\)](#) et [Carpenter \(2016\)](#). Ceux-ci ont étudié le pouvoir de diversification du bitcoin avant que le cours de cet actif ne décroisse significativement, autrement dit, avant décembre 2017. Les principales conclusions qui ressortent de ces différentes études sont que d'une part, le bitcoin possède un bon pouvoir de diversification et que d'autre part, il s'agit d'un bon actif de couverture. Néanmoins, d'autres auteurs ont refait la même étude mais, cette fois, en étendant la période d'analyse après décembre 2017, afin de voir si les conclusions sont toujours semblables depuis que le cours de cette monnaie électronique a fortement chuté. [Guesmi et al \(2018\)](#), pour leur part, sont arrivés aux mêmes conclusions que précédemment mais, [Wong et al \(2018\)](#), quant à eux, ne considèrent plus que le bitcoin est un bon actif de diversification. Ce travail va donc permettre d'étudier le pouvoir de diversification et de couverture que possède cet actif en étendant la période d'analyse jusque fin 2018 en vue de voir si les conclusions qui ont été émises auparavant sont toujours d'actualité.

Afin de se prononcer sur la pertinence d'inclure le bitcoin dans un portefeuille dans le but de le diversifier, la méthodologie qui sera utilisée est principalement basée sur le modèle autorégressif à transition lisse<sup>1</sup> développé, entre autres, par [Chan et Tong \(1986\)](#), [Luukkonen et al \(1988\)](#) et [Teräsvirta \(1994\)](#). Préalablement à la mise en place de ce dernier et à l'interprétation des résultats, un test de linéarité sera effectué afin de s'assurer de la non-linéarité du modèle. Lors de la phase exploratoire qui précèdera le développement de la méthodologie utilisée, une analyse graphique des différents actifs financiers sera réalisée ainsi qu'une étude de la matrice de corrélation des variables et d'une analyse des statistiques

---

<sup>1</sup> En anglais, il est communément appelé « Smooth Transition Autoregressive Model ». Ce modèle est aussi appelé modèle STAR.



descriptives de celles-ci. Finalement, pour clôturer ce travail, une conclusion ainsi qu'une discussion sur certains points à améliorer pour les futures recherches seront réalisées.

## 2. REVUE DE LITTÉRATURE

---

Dans cette section intitulée revue de littérature, nous allons procéder en deux temps. La première partie consistera en une discussion sur l'historique du bitcoin d'un point de vue de l'évolution de son cours de bourse. En effet, après avoir retracé brièvement l'apparition de cet actif et expliqué le principe de la blockchain qui sous-tend le concept de cette monnaie virtuelle, nous développerons comment son cours a évolué vers une potentielle bulle spéculative. Nous expliquerons ensuite l'écclatement de celle-ci ainsi que les fluctuations contemporaines qui ont suivi. La deuxième partie, quant à elle, consistera en un aperçu de la littérature passée qui traite de l'utilisation du bitcoin à des fins de diversification de portefeuille étant donné qu'il s'agit également du sujet de ce travail.

### 2.1. HISTORIQUE DU BITCOIN

---

#### 2.1.1. PREMIERE APPARITION

---

Le bitcoin fait partie des nombreuses monnaies virtuelles qui ont vu le jour ces dernières décennies (Chohan, 2017). La date de création de cet actif n'est pas très claire mais son créateur, Satoshi Nakamoto, l'a rendu public en 2008 dans son article intitulé : 'Bitcoin : A Peer-to-Peer Electronic Cash System' (Nakamoto, 2008). A l'heure actuelle, l'identité de cette personne n'est pas encore connue. Néanmoins, ce que l'on sait de cet individu c'est qu'il travaillait sur ce projet depuis 2007 avant de publier l'article cité précédemment<sup>2</sup>. Le créateur du bitcoin a donné naissance à cet actif afin de remédier au fait que lorsque des personnes effectuent des achats sur internet, celles-ci doivent inévitablement passer par une tierce personne de confiance, à savoir une institution financière<sup>3</sup> dont le rôle est de valider, sauvegarder et préserver les transactions (Crosby et al, 2016). En effet, lorsque des individus effectuent des achats en ligne, le paiement est rarement directement effectué à la personne concernée. Ce qu'il se passe plutôt, c'est que la banque se charge du paiement. Toutefois, même si ce système semble infaillible et de plus en plus efficient, il se peut que des failles apparaissent<sup>4</sup>. C'est pourquoi, Nakamoto a eu l'idée de cryptomonnaies qui permettraient de remédier à cela en remplaçant le tiers de confiance par une preuve cryptographique. Cela

---

<sup>2</sup> <https://bitcoin.fr>

<sup>3</sup> De fait, les institutions financières inspirent généralement confiance (Ennew et Sekhon, 2007).

<sup>4</sup> Une faille majeure de ce genre de système est le piratage.

signifie que deux personnes qui désirent faire une transaction ne doivent plus nécessairement passer par leur banque mais plutôt par la plateforme cryptographique (Nakamoto, 2008).

Le concept qui se cache derrière cette monnaie électronique est le principe de la blockchain. Celle-ci est apparue en 2008 suite à l'émergence du bitcoin qui réclamait un système décentralisé (Pilkington, 2015). Bien que le principe de la blockchain soit fortement lié à celui de cette monnaie virtuelle, cette technologie est également applicable à toutes les transactions qui sont effectuées en ligne (Crosby et al, 2016). Son fonctionnement repose sur cinq piliers : une base de données décentralisée, une transmission de pair à pair, de la transparence ainsi que de l'anonymat, une irréversibilité des enregistrements et finalement une logique informatique (Iansiti et Lakhani, 2018). Concernant le premier pilier, à savoir la décentralisation de la base de données, il s'agit du fait que chaque partie a accès à toute l'information disponible et qu'il n'existe pas une personne unique qui contrôle l'entièreté des transactions. Le second pilier fait référence au fait que la blockchain est basée sur une transmission de pair à pair. Autrement dit, les personnes peuvent effectuer des transactions directement entre elles sans devoir passer par une tierce partie. Le troisième pilier, quant à lui, traite de la transparence et de l'anonymat que permet la blockchain. De fait, chaque transaction effectuée dans le système est visible de la part de tous les utilisateurs et ceux-ci peuvent faire le choix de rester anonymes. L'avant dernier pilier met en avant le fait que le principe de la blockchain entraîne une irréversibilité des enregistrements puisqu'en effet, il est impossible de revenir en arrière une fois que l'investissement a été enregistré étant donné que celui-ci est lié à toutes les transactions passées. C'est d'ailleurs pour cette raison que cela porte le nom de « chaîne ». Le cinquième et dernier pilier repose sur le principe que les transactions suivent une logique informatique ce qui permet aux utilisateurs de configurer des algorithmes afin que celles-ci puissent être déclenchées automatiquement entre les différents nœuds du réseau. Le bitcoin étant un actif basé sur un principe « pair à pair », c'est-à-dire un système décentralisé<sup>5</sup>, il n'en reste pas moins régulé puisque toutes les transactions effectuées avec cette monnaie virtuelle sont répertoriées et accessibles à toutes les personnes faisant partie de ce réseau (Böhme et al, 2015). Cela permet une traçabilité des échanges et une excellente transparence afin d'assurer que la personne avec laquelle on décide de faire une transaction possède les ressources nécessaires à celle-ci. Pour faire partie de ce réseau, il est

---

<sup>5</sup> En référence au fait que, grâce au bitcoin, il ne faille plus passer par une institution financière qui joue normalement le rôle d'intermédiaire financier.

indispensable de s'enregistrer au préalable sur une plateforme en ligne intitulée « Bitcoin Core »<sup>6</sup>.

Au fur et à mesure que cette cryptomonnaie s'est répandue, de nombreuses interrogations quant à la fonction de cet actif ont vu le jour. En effet, la question s'est posée de savoir si le bitcoin était plutôt considéré comme étant une devise utilisée à des fins de paiement de biens et services ou si celui-ci avait plutôt comme utilité d'être un bien dédié à l'investissement (Glaser et al, 2014 ; Chuen et al, 2017 ; Yermack, 2015 ; Baur et al, 2017). Etant donné que le bitcoin possède comme caractéristiques une forte volatilité (du 11 décembre 2017 au 29 janvier 2018, le cours de cet actif a chuté d'environ 11.000 dollars) ainsi qu'un haut rendement (le cours de cette monnaie virtuelle a été multiplié par environ 4.000 entre le 19 juillet 2010 et le 3 décembre 2018), cet actif est surtout utilisé à des fins d'investissement<sup>7</sup>. De plus, cette monnaie virtuelle étant fort peu corrélée aux autres classes d'actifs comme les actions, les matières premières<sup>8</sup>, etc., cela lui confère également de bonnes opportunités de diversification (Klein et al, 2018). Ainsi, si le bitcoin présente des caractéristiques semblables à celles d'une bulle (ce que Cheah et Fry (2015) et Gerlach et al (2019) parviennent à démontrer) et que la corrélation de cette monnaie électronique avec les autres produits d'investissement est nulle, il se peut qu'une variation de son rendement n'impacte pas les autres actifs. Par contre, si les investissements en bitcoin ont été financés par de la dette et que le rendement de cet actif venait à décroître, cela pourrait entraîner des appels de marge (Brunnermeier et Pedersen, 2008). Si cela se produit, cela risque fortement d'impacter le rendement des autres actifs via un effet de contagion (Kyle and Xiong, 2001). La question qui reste néanmoins en suspens est de savoir dans quelle mesure une variation du rendement du bitcoin va impacter celui des autres actifs financiers.

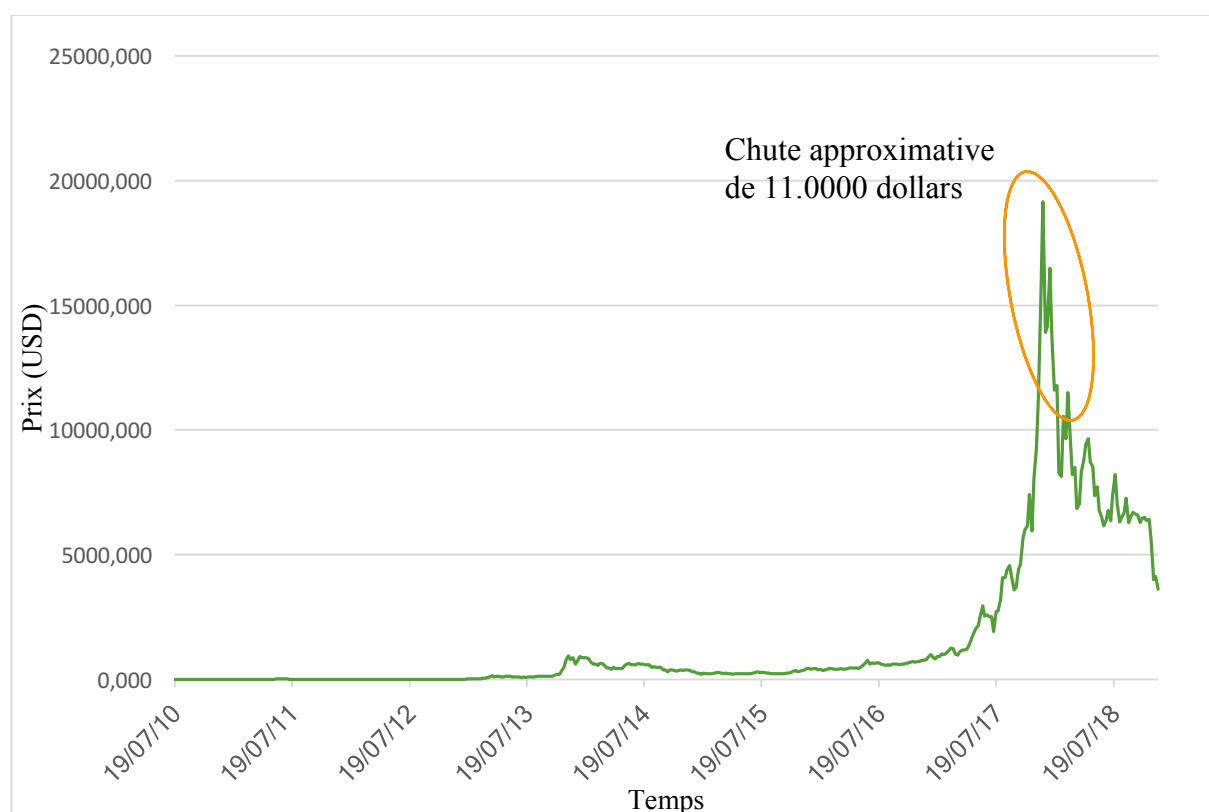
---

<sup>6</sup> <https://bitcoin.org>

<sup>7</sup> Voir figure 1 pour plus de détails sur l'évolution du cours du bitcoin.

<sup>8</sup> Ce sont les « commodities » en anglais.

Figure 1 : Evolution du cours du bitcoin du 19/07/2010 au 03/12/2018



Source : Auteur

### 2.1.2. EVOLUTION ET APPARITION D'UNE POTENTIELLE BULLE SPECULATIVE

Le bitcoin a été valorisé pour la première fois le 5 octobre 2009 à un montant de 0,001 USD. Près d'un an plus tard, le 7 novembre 2010, son prix avait déjà quadruplé<sup>9</sup>. Son évolution grandissante a permis de démontrer les opportunités de rendement que cette monnaie avait à offrir. En effet, nous nous trouvons en 2019, soit pratiquement dix ans après la première apparition de cet actif en bourse et la valeur de son cours actuel se situe aux alentours de 4.000 USD<sup>10</sup>.

Cette évolution grandissante a été grandement étudiée dans la littérature passée afin de déceler si celle-ci n'était pas due à l'apparition de bulles spéculatives sur le cours du bitcoin (Gerlach et al, 2019). Phillips et Yu (2011) ont développé un test qui permet d'une part, de révéler l'existence de telles bulles ainsi que leur date d'apparition. Il permet également, d'autre part, de déterminer si celles-ci se sont effondrées et si tel est le cas, à quelle date cet

<sup>9</sup> <https://bitcoin.fr>

<sup>10</sup> <https://uk.finance.yahoo.com>

effondrement a eu lieu. Le test économétrique mis en œuvre par ces auteurs repose sur ce que [Phillips, Wu et Yu \(2011\)](#) avaient proposé dans leur article. Il consiste en des régressions récursives directes couplées à des tests de racine unitaire séquentiels du côté droit. [Baur et al \(2017\)](#) ont utilisé le test développé par ces auteurs afin de vérifier leurs doutes quant au fait que le cours du bitcoin a évolué vers une bulle spéculative en 2013. De fait, tout comme [Cheah et Fry \(2015\)](#), [Bouoiyour et al \(2014\)](#), [Ling \(2015\)](#) ou encore [Pichet \(2017\)](#), ils ont réussi à prouver que le bitcoin était particulièrement enclin à évoluer vers des bulles spéculatives. [Gerlach et al \(2019\)](#), quant à eux, ont non seulement démontré que le cours du bitcoin avait évolué vers des bulles spéculatives mais ils ont également apporté un éclaircissement sur les périodes au cours desquelles celles-ci sont apparues. Pour y parvenir, ils ont introduit une méthode robuste de détection automatique des pics. Celle-ci permet de classer les séries temporelles de prix en différentes périodes : des périodes de croissance ininterrompue du marché ainsi que des périodes de baisse ininterrompue du marché. Cette méthode cumulée à celle de régularisation de Lagrange leur a permis d'identifier trois pics majeurs<sup>11</sup>. La première bulle se serait étendue de mai 2012 à avril 2013. La seconde bulle, quant à elle, se serait étendue de juillet 2013 à décembre 2013<sup>12</sup>. Finalement, la dernière bulle spéculative en date se serait étendue de janvier 2016 à décembre 2017. Il s'agit de la plus importante en ampleur. En effet, d'après l'article intitulé « Dissection of Bitcoin's Multiscale Bubble History from January 2012 to February 2018 » ([Gerlach et al, 2019](#)), la première bulle aurait duré 316 jours, la seconde, quant à elle, aurait duré 154 jours et finalement la troisième et dernière bulle aurait duré 703 jours. De plus, concernant la taille de la troisième bulle, celle-ci s'élève à 5152 pourcents alors que les deux autres valent respectivement 4416 pourcents et 1367 pourcents. C'est pourquoi, dans la suite, nous nous focaliserons sur la troisième bulle spéculative ainsi que sur son effondrement.

---

<sup>11</sup> Plus précisément, ils ont identifié trois bulles de longue durée et dix bulles de courte durée.

<sup>12</sup> Il s'agit de la bulle identifiée par [Baur et al \(2017\)](#).

---

### 2.1.3. ECLATEMENT DE LA BULLE SPECULATIVE

---

[Blanchard \(1979\)](#) a démontré qu'il y avait une forte probabilité qu'une bulle spéculative se termine en un effondrement afin que le marché revienne à son état d'origine. [Kaizoji \(2000\)](#), quant à lui, a étudié le comportement des bulles spéculatives sur le marché des actions ainsi que des effondrements qui ont suivi. Ces deux auteurs s'entendent donc sur le fait qu'en général, lorsqu'une bulle apparaît, peu importe l'actif considéré, celle-ci finit par éclater et le marché finit par revenir à son état initial. De plus, cela est tout à fait cohérent avec la définition d'une bulle spéculative donnée par [Gerlach et al \(2019\)](#) : « Au sens le plus large, une bulle pourrait être définie comme une forte augmentation anormale des prix qui éclaterait alors en un crash ».

Etant donné que le cours du bitcoin a évolué vers une bulle spéculative, et ce à trois reprises, il est intéressant de se demander si cette monnaie virtuelle a elle aussi subi le même sort. [Li et al \(2018\)](#) ont apporté un éclaircissement à ce sujet. En effet, selon eux, la volatilité du bitcoin serait due aux événements internationaux. Cela signifie que lorsque l'économie se porte bien, le cours de cet actif tend à évoluer vers une bulle et au contraire, lorsqu'une récession apparaît, celle-ci éclate. Les bulles spéculatives qui apparaissent sur le bitcoin tendent donc également à exploser, tout comme pour les autres classes d'actifs. D'ailleurs, [Kreuser et Sornette \(2018\)](#) ont prouvé, en utilisant la condition d'attentes rationnelles afin d'estimer de manière dynamique la probabilité qu'une telle bulle n'explose<sup>13</sup>, que la bulle spéculative du bitcoin qui s'est étendue de janvier 2016 à décembre 2017 avait une probabilité de 78 pourcents d'exploser le 19 décembre 2017. [Gerlach et al \(2019\)](#) ont, quant à eux, utilisé une autre méthodologie afin de déterminer la période au cours de laquelle le crash a eu lieu mais également dans le but de quantifier l'ampleur de celui-ci<sup>14</sup>. Selon eux, l'effondrement aurait bien débuté le 19 décembre 2017 et ce serait terminé le 25 décembre de cette même année. Concernant son ampleur, elle serait de -26,55 pourcents. Bien que cette bulle soit la plus importante en grandeur, il s'agit pourtant de l'effondrement le plus faible. En effet, concernant les deux autres crashes cités précédemment, leur valeur respective est de -70,27 pourcents et -84,83 pourcents.

---

<sup>13</sup> La méthodologie utilisée par ces auteurs est développée dans [Kreuser et Sornette \(2018\)](#) 'Super-Exponential RE Bubble Model with Efficient Crashes'.

<sup>14</sup> Il s'agit de la méthodologie citée dans la partie « 2.1.2. Evolution et apparition d'une bulle spéculative ».

---

#### 2.1.4. FLUCTUATIONS CONTEMPORAINES

---

Selon [Gerlach et al \(2019\)](#) qui ont étudié les bulles spéculatives qui sont apparues sur le cours du bitcoin de janvier 2012 à février 2018, la dernière en date se serait étendue de janvier 2016 à décembre 2017<sup>15</sup>. Depuis celle-ci, il n'y aurait visiblement plus de bulles sur cet actif. Cette constatation signifie qu'à l'heure actuelle, les agents agissent de manière plus rationnelle ([Dong et al, 2019](#)).

Néanmoins, même si le cours du bitcoin n'évolue plus sous l'influence d'une bulle spéculative, il n'est tout de même pas stable. En effet, comme on peut le voir à la figure 1, depuis la fin du crash de décembre 2017, le prix de cette monnaie virtuelle n'a fait que de fluctuer avec une tendance plutôt à la baisse. Depuis la fin de l'effondrement, c'est-à-dire depuis le 25 décembre 2017 où le cours du bitcoin s'élevait à 15.180,08 USD, celui-ci a fortement chuté. A l'heure actuelle, à savoir le 1<sup>er</sup> avril 2019, il ne vaut plus que 4.101,84 USD<sup>16</sup>. Néanmoins, ce n'est pas sa valeur la plus basse puisque le 15 décembre 2018, c'est-à-dire à peu près un an après que le crash ait eu lieu, le cours du bitcoin ne s'élevait plus qu'à 3.232,51 USD. Etant donné que les sentiments de marché sont à l'origine des fluctuations sur le prix du bitcoin, cela signifie que cette tendance à la baisse sur le cours de cet actif met en lumière des sentiments de marché plutôt pessimistes ([Dong et al, 2019](#)).

---

#### 2.2. LE BITCOIN DANS UNE DIVERSIFICATION DE PORTEFEUILLE

---

Le rendement des actifs financiers utilisés à des fins d'investissement est souvent fort fluctuant. Celui du bitcoin, comme cela a été mentionné dans la première partie de cette revue de littérature, n'échappe pas à cette règle<sup>17</sup>. Les investisseurs, désireux de se prémunir des risques liés à l'investissement, mettent souvent en place une stratégie de diversification de portefeuille afin d'obtenir le plus haut rendement possible tout en minimisant leur exposition au risque ([Jorion, 1985](#)). Une étude préalable des actifs qui seront inclus dans un portefeuille est nécessaire afin d'empêcher que la chute d'un de ceux-ci n'entraîne la chute des autres actifs du portefeuille. En effet, selon [Meucci \(2010\)](#): « un portefeuille est bien diversifié s'il n'est pas fortement exposé aux chocs individuels ». Le pionnier de ce concept de

---

<sup>15</sup> Nous considérons, ici, la dernière grande bulle en date car d'autres, plus petites en ampleur, sont apparues en 2017.

<sup>16</sup> <https://uk.finance.yahoo.com>

<sup>17</sup> Il a été démontré que le cours de cette monnaie virtuelle fluctuait énormément ce qui engendre inéluctablement une fluctuation de son rendement.



diversification de portefeuille est Harry Markowitz qui a développé la théorie moderne de portefeuille dans son article intitulé : « Portfolio Selection » (Markowitz, 1952). Dans cette théorie, le taux de rendement des actifs est modélisé sous forme de variables aléatoires :

$$x = \begin{pmatrix} r_1 \\ r_2 \\ \vdots \\ r_N \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

La variable aléatoire associée au taux de rendement des actifs  $i$ , pour  $i = 1, 2, \dots, N$  correspond à  $r_i$ . Les différentes variables aléatoires sont représentées sous forme vectorielle (2.1). La valeur totale du portefeuille correspond à la somme de la valeur investie dans chaque actif qui le compose :

$$V_p = \sum_{i=1}^N V_i \quad (2.2)$$

En ce qui concerne les différents poids de chaque actif, ceux-ci sont obtenus en divisant la valeur investie dans un actif par la valeur totale du portefeuille. La somme de ces poids doit nécessairement être égale à l'unité :

$$\sum_{i=1}^N \omega_i = 1 \quad (2.3)$$

Le rendement du portefeuille correspond à la somme des rendements des actifs (2.1) pondérés par leur poids respectif :

$$r_p = \sum_{i=1}^N r_i \omega_i \quad (2.4)$$

La variance du portefeuille, quant à elle, correspond à la somme de toutes les entrées de la matrice de variance-covariance des rendements des actifs pondérés par leur poids respectif<sup>18</sup> :

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \omega_i \omega_j \sigma_{ij} \quad (2.5)$$

L'objectif final est de pondérer de manière optimale le rendement des actifs de telle manière à ce que le portefeuille atteigne un taux de rendement attendu maximum (2.4) pour une volatilité minimale (2.5):

$$\min_{\{\omega_1, \dots, \omega_N\}} \sigma_p^2 = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \omega_i \omega_j \sigma_{ij} \quad (2.6)$$

$$s. t. \sum_{i=1}^N \omega_i = 1 \quad (2.7)$$

---

<sup>18</sup> La matrice est représentée dans le tableau A1 présent dans l'annexe 1.

Vu qu'il a été démontré que le bitcoin était un actif utilisé à des fins d'investissement ([Klein et al, 2018](#)), de nombreux auteurs se sont posé la question de son utilité dans une diversification de portefeuille. Etant donné que cette monnaie électronique a évolué vers une bulle spéculative en 2016 et que celle-ci a fini par s'effondrer fin 2017, il est intéressant de voir si les conclusions qui ont été tirées par ces auteurs avant cette bulle et après celle-ci sont toujours les mêmes.

---

### 2.2.1. PERIODE PRE-BULLE

---

La période avant laquelle la bulle fasse son apparition s'étend de 2010 à 2016. Durant cet espace de temps qui a duré près de 6 ans, des auteurs ont réussi à prouver qu'il était utile d'inclure le bitcoin dans un portefeuille composé d'autres actifs financiers dédiés à l'investissement ([Eisl et al, 2015](#) ; [Brière et al, 2015](#) ; [Carpenter, 2016](#)).

En effet, [Eisl et al \(2015\)](#) sont arrivés à la conclusion que du fait que le rendement de cette monnaie électronique avait une très faible corrélation avec celui des autres actifs traditionnels<sup>19</sup>, inclure cette cryptomonnaie dans un portefeuille bien diversifié serait intéressant afin d'optimiser le ratio rendement-risque. La méthodologie développée par ces auteurs pour prouver l'utilité d'inclure le bitcoin dans un portefeuille diversifié est la Value-at-Risk conditionnelle. Leur choix s'est porté vers cette méthode car le rendement du bitcoin n'étant pas distribué normalement, il était nécessaire que le modèle utilisé ne réclame pas une normalité dans les rendements et c'est pertinemment ce que la Value-at-Risk conditionnelle permet. En effet, la Value-at-Risk, qui correspond à la perte qui ne peut être dépassée sur un horizon donné, à un niveau de confiance donné, montre de nombreuses limites comme une estimation numérique difficile lorsque les pertes ne sont pas distribuées normalement. C'est pourquoi [Eisl et al \(2015\)](#) ont décidé d'utiliser la Value-at-Risk conditionnelle qui correspond à la valeur attendue de la perte lorsque celle-ci dépasse la Value-at-Risk ([Rockafellar et Uryasev, 2002](#)).

L'étude menée par [Brière et al \(2015\)](#) a également permis de montrer que le rendement du bitcoin était très peu corrélé à celui des autres actifs, que ce soit des actifs traditionnels ou des

---

<sup>19</sup> Les actifs considérés comme étant traditionnels sont par exemple les actions, les obligations, l'or, le pétrole, etc.

investissements alternatifs<sup>20</sup>. La méthodologie utilisée par ces auteurs est un « mean-variance spanning test » développé par [Huberman et Kandel \(1987\)](#) et étendu par [Ferson et al \(1993\)](#). Cela consiste à appliquer un test multivarié qui permet de tester l'hypothèse selon laquelle la frontière de variance minimale d'un portefeuille composé d'un ensemble d'actifs risqués K est identique à la frontière de variance minimale d'un portefeuille composé de ces mêmes actifs risqués K auxquels N actifs supplémentaires sont ajoutés ([Kan et Zhou, 1997](#)). Dans l'étude menée par [Brière et al \(2015\)](#), les K actifs correspondent aux actifs traditionnels et alternatifs et N correspond au bitcoin. Les résultats du test démontrent qu'inclure le bitcoin dans un portefeuille qui est déjà bien diversifié permet d'améliorer les caractéristiques risque-rendement de celui-ci. En effet, cette monnaie électronique possède une volatilité très élevée mais également des rendements très importants. De plus, le risque additionnel que comporte cet actif lorsqu'il est inclus dans un portefeuille diversifié est compensé par sa faible corrélation avec les autres classes de variables financières. Néanmoins, [Brière et al \(2015\)](#) restent prudents dans leurs conclusions car ils mettent en avant le fait que la période d'analyse est relativement courte (2010 à 2013) et qu'il se peut que celles-ci se modifient dans le futur en fonction de l'évolution du cours du bitcoin et de ses caractéristiques.

Enfin, [Carpenter \(2016\)](#) a obtenu les mêmes résultats qu'[Eisl et al \(2015\)](#) et [Brière et al \(2015\)](#), à savoir que le bitcoin était un actif utile pour une diversification étant donné qu'il permet d'améliorer de manière substantielle les caractéristiques rendement-risque d'un portefeuille bien diversifié. En ce qui concerne la méthodologie développée par ces auteurs, elle consiste à utiliser le cadre traditionnel « moyenne-variance » développé par Markowitz ([Markowitz, 1952](#)) avec une légère modification<sup>21</sup>. En effet, au lieu d'utiliser le CAPM pour calculer le rendement attendu du bitcoin, celui-ci est obtenu en utilisant le rendement historique moyen auquel on applique une « pénalité de rendement » afin de réduire son ampleur. Une limite majeure à cette étude est le fait que la période d'analyse englobe un épisode au cours duquel une bulle spéculative a eu lieu<sup>22</sup>. Cela a comme implication que les conclusions qui ont pu être tirées peuvent être biaisées. De fait, lorsque l'auteur retire les données qui proviennent de la période au cours de laquelle la bulle est apparue, les résultats

---

<sup>20</sup> Concernant les actifs traditionnels, ce sont les mêmes que ceux cités par [Eisl et al \(2015\)](#) et concernant les investissements alternatifs, il s'agit de l'immobilier, des fonds de couverture (« Hedge Fund » en anglais), etc.

<sup>21</sup> Le cadre « moyenne-variance » qui provient de la théorie moderne de portefeuille développée par Markowitz a été développé plus haut dans la partie « 2.2. Le bitcoin dans une diversification de portefeuille ».

<sup>22</sup> Il s'agit de la seconde bulle identifiée par [Gerlach et al \(2019\)](#).

ne sont plus les mêmes. Dans ce cas, le portefeuille qui inclut le bitcoin est moins performant que celui qui ne contient pas cette monnaie virtuelle.

Les études qui ont été réalisées durant la période « pré-bulle » ont montré qu'inclure le bitcoin dans un portefeuille diversifié permettait d'améliorer de manière substantielle le rapport « moyenne-variance » de celui-ci. En effet, pendant cette période qui a duré près de six ans, il a été démontré que le rendement de cette monnaie virtuelle était très peu corrélé au rendement des autres actifs traditionnels et alternatifs. Néanmoins, ces conclusions présentent certaines limites d'après [Brière et al \(2015\)](#) et [Carpenter \(2016\)](#). De fait, la période d'analyse est relativement courte et comporte un épisode de bulle qui pourrait causer un biais dans les résultats obtenus. La bulle dont parlent ces auteurs est la deuxième identifiée par [Gerlach et al \(2019\)](#). Or, comme cela a été explicité précédemment, la plus grande en ampleur est la troisième bulle qui s'est effondrée fin décembre 2017. C'est pourquoi il est pertinent d'analyser cette problématique sur une période qui s'étend au-delà de l'effondrement de cette dernière bulle afin de voir si les conclusions sont toujours semblables à celles qui ont été décelées auparavant.

---

#### 2.2.2. PERIODE POST-BULLE

---

Certains auteurs, comme [Guesmi et al \(2018\)](#) ou encore [Wong et al \(2018\)](#), ont étudié l'utilité d'inclure le bitcoin dans un portefeuille composé d'actifs traditionnels sur une période qui s'étend au-delà de l'effondrement de la bulle spéculative de 2017. Les conclusions qui ressortent de ces études sont les mêmes que celles identifiées dans la partie « 2.2.1. Période pré-bulle », à savoir que le rendement du bitcoin est très faiblement corrélé au rendement des autres actifs et que son inclusion dans un portefeuille bien diversifié permet d'améliorer le ratio « moyenne-variance ».

De fait, [Guesmi et al \(2018\)](#) ont mis en avant, dans leur étude, qu'inclure le bitcoin dans un portefeuille composé initialement d'or, de pétrole et d'actions qui proviennent de marchés émergents permettait de réduire la variance, c'est-à-dire le risque. Leurs résultats prouvent que le bitcoin possède un pouvoir de diversification ainsi que des avantages en termes de couverture. La méthodologie utilisée par ces auteurs est basée sur l'utilisation de quatre modèles, à savoir le modèle VARMA (1,1) - DCC-GARCH, le modèle VARMA (1,1) - DCC-EARCH, le modèle VARMA (1,1) - DCC-GJR-GARCH et le modèle VARMA (1,1) - cDCC - FIAPARCH. Leurs résultats ont montré que la meilleure méthode pour modéliser la

dynamique conjointe entre les différentes variables du modèle et le bitcoin est le modèle VARMA (1,1) - DCC-GJR-GARCH développé par [Glosten et al \(1993\)](#). Celui-ci permet de caractériser et de modéliser des séries temporelles. L'avantage de ce modèle est qu'il permet de prendre en considération la non-linéarité de la variance conditionnelle et qu'il suppose que les chocs négatifs ont un impact plus important que ceux qui sont positifs. Cependant, cette étude comporte une limite basée sur le fait que l'environnement réglementaire du bitcoin est assez peu développé ce qui rend le futur incertain sur l'évolution de cette cryptomonnaie.

Concernant l'étude menée par [Wong et al \(2018\)](#), celle-ci ne permet pas d'aboutir exactement aux mêmes conclusions que les auteurs précédents. En effet, selon eux, le bitcoin serait un bon actif de couverture étant donné qu'il est très peu voire négativement corrélé avec les autres classes d'actifs. Néanmoins, ils ne le considèrent pas comme étant un instrument de diversification à proprement parler. Afin d'aboutir à ces résultats, ces auteurs ont utilisé, d'une part, le modèle DCC développé par [Engle \(2012\)](#) afin de tester les capacités de couverture du bitcoin. D'autre part, dans le but d'étudier le potentiel d'investissement de cette monnaie électronique, ils ont mis en place la méthode de la stratégie de couverture conditionnelle de [Kroner et Sultan \(1993\)](#). Concernant les limites de cette étude, l'une d'entre elles est fort proche de ce que [Guesmi et al \(2018\)](#) avaient mentionné. En effet, il s'agit de l'incertitude sur le futur des monnaies électroniques étant donné le manque de régulation et la possibilité que celles-ci finissent par disparaître.

Les résultats obtenus par les auteurs qui ont pris en considération les données de 2018, c'est-à-dire après l'éclatement de la bulle spéculative qui pesait sur le bitcoin, sont semblables à ceux qui avaient déjà été recueillis par les auteurs avant l'éclatement voire même l'apparition de la troisième bulle spéculative identifiée par [Gerlach et al \(2019\)](#). Néanmoins, les limites émises dans ces études ne sont plus les mêmes qu'auparavant. En effet, [Guesmi et al \(2018\)](#) et [Wong et al \(2018\)](#) sont plutôt inquiets quant à l'aspect réglementaire du bitcoin. Le manque de réglementation rend le futur incertain sur l'évolution de cet actif ce qui signifie que les conclusions émises par ces auteurs pourraient ne plus être exactes à l'avenir.

### 3. DONNEES ET PHASE EXPLORATOIRE

---

Cette partie « Données et phase exploratoire » va être traitée en deux temps. D'une part, une description des données analysées dans ce travail sera réalisée. Concernant celles qui sont analysées par Eisl et al (2015), Brière et al (2015) et Carpenter (2016)<sup>23</sup>, celles-ci seront également passées en revue dans cette partie. D'autre part, lors de la phase exploratoire, il y aura tout d'abord une étude de la performance des différents actifs. Ensuite, une description de la matrice de corrélation des différentes variables sera faite. Finalement, cette partie se terminera par une analyse des statistiques descriptives des données.

#### 3.1.DONNEES

---

Etant donné que Klein et al (2018) ont démontré que le bitcoin était un actif dédié essentiellement à l'investissement<sup>24</sup>, cette monnaie virtuelle sera donc incluse dans un portefeuille comprenant d'autres actifs qui possèdent la même fonction. Les données analysées proviennent d'une part, du marché américain tout comme Eisl et al (2015), Brière et al (2015) et Carpenter (2016) et d'autre part, du marché européen. En effet, il y a une volonté de ne pas se cantonner uniquement au marché américain comme tel est le cas dans de nombreux articles. Les données sont toutes issues de la base de données Macrobond<sup>25</sup> et s'étendent du 19 juillet 2010 au 3 décembre 2018 ce qui correspond à 438 observations. Concernant la fréquence de celles-ci, elle est hebdomadaire.

Les séries temporelles financières analysées dans ce travail peuvent être classées en différentes catégories. Il y a les actions, les matières premières, les taux interbancaires, les produits dérivés, les indices de volatilité et les monnaies virtuelles. La classe des actions est représentée par l'indice boursier S&P 500 et l'indice boursier Euronext étant donné qu'il s'agit des indices les plus répandus. Les matières premières, quant à elles, comprennent le cours de l'or en dollar et le cours du pétrole également en dollar. Les deux taux interbancaires analysés sont le taux à trois mois du Libor et le taux à trois mois de l'Euribor. Concernant les produits dérivés, ceux qui sont analysés dans ce travail sont le taux des swaps américains et le taux des swaps européens. La volatilité du marché financier américain, à savoir VIX ainsi que

---

<sup>23</sup> Les données analysées par ces auteurs seront passées en revue car ceux-ci ont étudié le même sujet que celui de ce travail mais préalablement à l'effondrement de la troisième bulle spéculative.

<sup>24</sup> Voir partie « 2.1. Historique du bitcoin ».

<sup>25</sup> <https://www.macrobond.com>

celle du marché financier européen, VSTOXX sont également analysées dans ce travail. Finalement, le dernier actif qui sera au centre de ce papier est le cours du bitcoin en dollar.

Il est important de mettre en avant le fait que ce n'est pas le cours de ces actifs en tant que tel qui sera analysé mais plutôt le rendement de ceux-ci. En effet, dans la théorie moderne de portefeuille, il s'agit du rendement ainsi que de l'écart-type des actifs qui sont analysés et non leur cours (Markowitz, 1952). Les rendements de ces actifs sont multipliés par cent.

En ce qui concerne les données analysées par Eisl et al (2015), Brière et al (2015) et Carpenter (2016), ce sont des actifs d'investissement tant traditionnels qu'alternatifs qui peuvent être détenus par un investisseur américain. De fait, les actifs étudiés par ces auteurs proviennent essentiellement du marché américain. Dans ces études, les actifs traditionnels correspondent aux actions, aux obligations, aux devises mondiales et aux matières premières. Les actifs alternatifs, quant à eux, correspondent aux fonds spéculatifs ainsi qu'à l'immobilier. Ces auteurs analysent également le rendement hebdomadaire de ces actifs. Néanmoins, concernant la période analysée par ceux-ci, celle-ci ne s'étend jamais après 2016.

---

### 3.2. PHASE EXPLORATOIRE

---

#### 3.2.1. PERFORMANCE DES DIFFERENTS ACTIFS

---

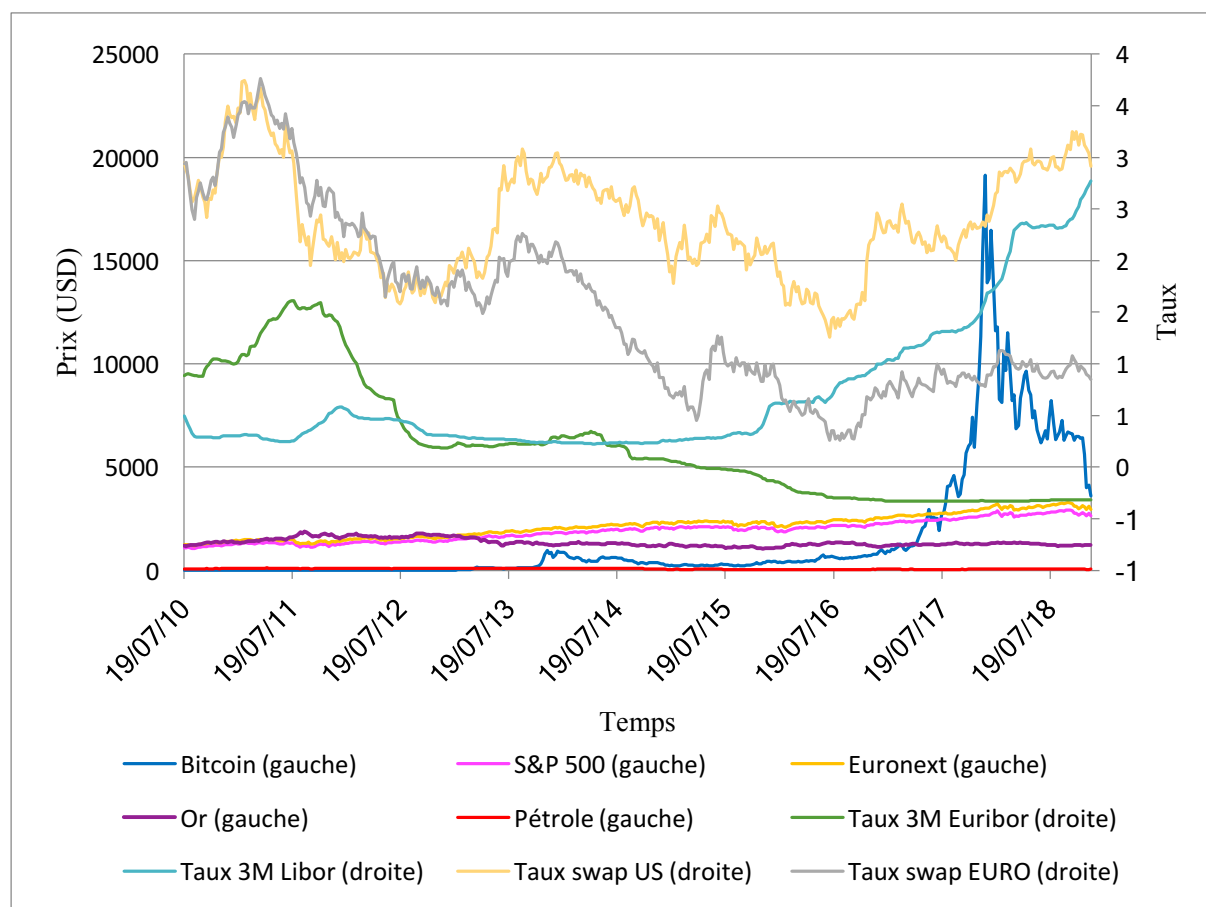
Avant toute chose, il est intéressant d'analyser graphiquement l'évolution des différents actifs dédiés à l'investissement qui font partie des variables analysées dans ce travail. Sur la figure 2, le cours du bitcoin, du S&P 500, de l'Euronext<sup>26</sup>, de l'or et du pétrole sont représentés sur l'axe de gauche. Le taux à trois mois du Libor et de l'Euribor ainsi que le taux des swaps américains et des swaps européens, quant à eux, sont représentés sur l'axe de droite.

Tout d'abord, en ce qui concerne le taux à trois mois du Libor, le taux à trois mois de l'Euribor, le taux des swaps américains et le taux des swaps européens, ceux-ci n'évoluent pas tous dans le même sens mais restent compris entre -1 pourcent et +4 pourcents. Le taux à trois mois du Libor et le taux des swaps américains ont connu une croissance de 2010 à 2018. Cependant, le taux à trois mois de l'Euribor et le taux des swaps européens, quant à eux, ont diminué durant cette période. Cela peut signifier que le marché américain a été plus performant que le marché européen.

---

<sup>26</sup> Le cours de l'indice boursier Euronext était initialement en euro mais il a été changé en dollar pour des besoins de comparaison. Le taux de change euro/dollar au 06/04/19 était de 1,12298.

Figure 2 : Evolution des cours de bourse (en USD) et des taux des actifs d'investissement de 2010 à 2018



Source : Auteur

Ensuite, concernant les actifs qui sont représentés sur l'axe de gauche, ceux-ci n'évoluent pas tous de manière similaire en ampleur. En effet, que ce soit le cours du S&P 500, de l'Euronext, de l'or ou du pétrole, ceux-ci n'ont jamais dépassé la barre des 4.000 dollars. Or, le cours du bitcoin, quant à lui, a largement surpassé ce prix puisqu'il a atteint une valeur supérieure à 19.000 dollars. De plus, alors que les cours des actifs traditionnels ont connu une croissance relativement modérée en ampleur durant la période analysée, cette constatation ne s'applique pas pour le cours du bitcoin.

De fait, la croissance de cette cryptomonnaie s'est faite de manière inhabituelle. Jusqu'aux alentours de juillet 2017, l'évolution du cours du bitcoin s'est faite de manière raisonnable. Néanmoins, à partir de cette période, le prix de cet actif a commencé à croître de manière significative. En fait, si l'on se réfère à l'article de [Gerlach et al \(2019\)](#), le cours de cet actif serait sous l'influence d'une bulle spéculative depuis janvier 2016 ce qui pousserait le prix de



cette monnaie à la hausse. En effet, cette bulle serait, dans l'histoire de cette monnaie virtuelle, la plus grande en ampleur. C'est ainsi qu'en décembre 2017, et plus précisément le 10 de ce mois, le bitcoin a atteint un prix record de 19.345 dollars<sup>27</sup>. Cependant, l'éclatement de la bulle spéculative qui pesait sur cette monnaie électronique a renversé la tendance à la hausse du cours de cet actif vers une tendance à la baisse. L'effondrement de celle-ci a débuté le 19 décembre 2017 et s'est achevé le 25 décembre de cette même année (Gerlach et al, 2019).

Après avoir analysé l'évolution du cours du bitcoin, cela laisse à penser que cet actif n'évolue pas de façon linéaire<sup>28</sup>. En effet, après observation de ce graphique, il ressort qu'il y a potentiellement deux régimes différents, à savoir un premier qui s'étend du 23 juillet 2010 jusqu'au 18 décembre 2017<sup>29</sup> et un second qui s'étend du 19 décembre 2017 jusqu'au 3 décembre 2018<sup>30</sup>. Cette suspicion de changement de régime et donc de rupture dans les données va guider le choix du modèle qui sera utilisé pour tester l'impact qu'ont les rendements des actifs financiers traditionnels sur le rendement du bitcoin<sup>31</sup>. En effet, si ce soupçon s'avère être exact, les données ne peuvent pas être analysées par un modèle linéaire.

De prime abord, afin de tester l'impact qu'ont les rendements des actifs financiers dédiés à l'investissement sur le rendement du bitcoin, le modèle qui pourrait être appliqué est une régression linéaire des moindres carrés ordinaires. En effet, ce genre de modèle permet la représentation d'un nuage de points sous une forme linéaire tout en minimisant la somme des carrés des résidus, c'est-à-dire la variation par rapport à la vraie valeur (Pagan, 1984). Néanmoins, préalablement à l'utilisation de ce modèle, il faut vérifier que les conditions de Gauss-Markov sont respectées. L'une d'entre elles est la condition d'homoscédasticité, c'est-à-dire une condition qui réclame que la variance conditionnelle du terme d'erreur soit semblable pour chaque observation et soit constante dans le temps (Abdi, 2010). Etant donné que les données qui sont analysées ici sont des séries financières et qu'il arrive fréquemment

---

<sup>27</sup> <https://uk.finance.yahoo.com>

<sup>28</sup> Les autres actifs analysés ne subissent pas un changement aussi brusque que celui du cours du bitcoin.

<sup>29</sup> Il s'agit de la date avant laquelle l'effondrement de la bulle spéculative n'a lieu.

<sup>30</sup> Les données étudiées s'étendent, dans ce travail, jusqu'à cette date.

<sup>31</sup> En fait, il se pourrait qu'il y ait un changement de régime à chaque fois que le cours du bitcoin s'est effondré. Cependant, étant donné que la troisième bulle spéculative est la plus importante en ampleur, nous nous focaliserons surtout sur l'impact de celle-ci sur le potentiel changement de régime.

que la variance de ces données ne soit pas constante, il se peut que la condition d'homoscédasticité soit enfreinte ([Morgan, 1976](#) et [Pagan, 1996](#)). Dans ce cas-là, l'estimation des coefficients peut être biaisée. Un modèle qui permet l'estimation sans biais des coefficients en présence d'hétéroscédasticité est le modèle GARCH ([Silvennoinen et Teräsvirta, 2009](#) et [Bollerslev et al, 1988](#)). Les modèles de ce type ont la capacité de décrire des séries temporelles de rendements d'actifs. Ils considèrent que les nouvelles dépendent du passé et que la variance est conditionnelle<sup>32</sup>.

Cependant, vu qu'une rupture dans les données est suspectée, ce type de modèle pourrait ne pas être optimal. C'est pourquoi la méthodologie qui sera utilisée dans ce travail consiste à appliquer un modèle autorégressif à transition lisse. Préalablement, un test de linéarité sera effectué afin de vérifier formellement si les données subissent bien un changement de régime.

---

### 3.2.2. MATRICE DE CORRELATION

---

Etant donné que le sujet de ce travail consiste à évaluer le potentiel que possède le bitcoin à diversifier un portefeuille composé d'autres actifs financiers traditionnels, les variables qui seront analysées ne sont pas les cours de bourse de ces actifs mais plutôt le rendement de ceux-ci. En effet, d'après la théorie moderne du portefeuille développée par Markowitz, l'objectif final est de pondérer de manière optimale le rendement des actifs de telle manière à ce que le portefeuille atteigne un taux de rendement attendu maximum pour une volatilité minimale ([Markowitz, 1952](#)). Autrement dit, ce qui est intéressant, c'est d'analyser le rendement des actifs en question. Préalablement à toute analyse, il est primordial de voir quel est le niveau de corrélation entre les différents rendements des actifs financiers analysés. La matrice de corrélation est représentée au tableau 1.

Tout d'abord, en ce qui concerne la corrélation entre le rendement du bitcoin et le rendement des autres variables, celle-ci est faible voire négative. Elle est comprise entre -7,65 pourcents et +21,03 pourcents. Cela signifie que si un changement apparaît sur une des variables analysées, le rendement du bitcoin sera peu impacté voire négativement impacté et inversement. Cette constatation est en accord avec ce que les précédentes recherches avaient démontré ([Eisl et al, 2015](#) ; [Brière et al, 2015](#) ; [Carpenter, 2016](#) ; [Guesmi et al, 2018](#) et [Wong et al, 2018](#)). Cette corrélation faible voire négative entre le rendement du bitcoin et le

---

<sup>32</sup> En effet, « AR » signifie « AutoRegressive », autrement dit « Auto Régressif » et « CH » signifie « Conditional Heteroskedasticity », c'est-à-dire « Conditionnel Hétéroscédastique ».

rendement des autres actifs montre le pouvoir de couverture<sup>33</sup> que possède le bitcoin. En effet, un actif de couverture peut être défini de la façon suivante: « Une couverture est définie comme un actif qui est en moyenne non corrélé ou négativement corrélé avec un autre actif ou portefeuille » (Baur et Lucey, 2010). Néanmoins, selon Bouri et al (2016), le pouvoir de couverture que possède cette cryptomonnaie dépend de l'horizon temporel. En effet, leurs conclusions diffèrent en fonction de la fréquence choisie pour les résultats<sup>34</sup>.

Ensuite, concernant la corrélation des autres variables entre elles, celle-ci ne dépasse jamais la barre des 50 pourcents, mis à part dans deux cas. En effet, la corrélation entre le rendement du S&P 500 et le rendement de l'Euronext est de 78,93 pourcents et la corrélation entre le rendement des swaps américains et le rendement des swaps européens est de 75,17 pourcents. Il s'agit des seules variables relativement fort corrélées entre elles. Les coefficients de corrélation obtenus pour les autres rendements d'actifs varient de -28,54 pourcents à +41,98 pourcents.

Au vu de la forte corrélation entre le rendement du S&P 500 et le rendement de l'Euronext mais également entre le rendement des swaps américains et le rendement des swaps européens, un problème de multicollinéarité pourrait apparaître. De fait, de la multicollinéarité parmi les coefficients peut être rencontrée lorsque plusieurs variables mesurent la même chose. Néanmoins, des variables colinéaires sont forcément fortement corrélées mais l'inverse n'est pas toujours vrai. En effet, des variables qui présentent un haut degré de corrélation ne sont pas obligatoirement colinéaires. Cependant, s'il celles-ci le sont, cela pose problème car d'une part, la variance des coefficients sera plus élevée et d'autre part, ceux-ci seront instables et difficiles à interpréter (Farrar et Glauber, 1967). Pour remédier à cela, il existe différentes mesures qui peuvent être mises en œuvre, à savoir éliminer les variables explicatives qui sont susceptibles d'entraîner de la multicollinéarité, combiner les variables corrélées en créant un indice composite ou encore diminuer la corrélation entre les variables explicatives (Willis et Perlack, 1978).

---

<sup>33</sup> « Hedge » en anglais.

<sup>34</sup> Les deux fréquences qui ont été choisies dans leur article sont la fréquence journalière et hebdomadaire.

Tableau 1 : Matrice de corrélation des rendements hebdomadaires des actifs financiers étudiés

	Rendement bitcoin	Rendement S&P 500	Rendement Euronext	Rendement or	Rendement pétrole	Rendement Libor	Rendement Euribor	Rendement swaps us	Rendement swaps euro	Rendement bitcoin retardé
<b>Rendement bitcoin</b>	1									
<b>Rendement S&amp;P 500</b>	0,093672	1								
<b>Rendement Euronext</b>	0,070883	0,789309	1							
<b>Rendement or</b>	0,091894	0,004482	-0,063680	1						
<b>Rendement pétrole</b>	0,002621	0,334688	0,305825	0,145126	1					
<b>Rendement Libor</b>	-0,076539	-0,062094	-0,037186	-0,076966	-0,043489	1				
<b>Rendement Euribor</b>	0,106517	0,051330	0,030535	-0,017858	0,061738	0,058869	1			
<b>Rendement swaps us</b>	-0,024942	0,410044	0,419801	-0,285420	0,234490	0,089264	0,114648	1		
<b>Rendement swaps euro</b>	-0,050813	0,270290	0,270290	-0,130827	0,188573	0,069121	0,185906	0,751687	1	
<b>Rendement bitcoin retardé</b>	0,210255	-0,005607	-0,005607	-0,023171	-0,062926	-0,070488	0,087757	-0,000834	-0,024519	1

Source : Auteur

Comme cela a été explicité précédemment, la corrélation entre le rendement du S&P 500 et celui de l'Euronext est très élevée, au même titre que la corrélation entre le rendement des swaps américains et le rendement des swaps européens. C'est pourquoi il est important de mettre en place une mesure afin d'empêcher qu'un problème de multicollinéarité ne survienne et qu'il ne vienne biaiser les résultats. Parmi les différentes mesures énoncées par [Willis et Perlack \(1978\)](#), celle qui sera retenue dans ce travail est la mesure qui consiste à combiner les variables corrélées en créant un indice composite. La manière utilisée pour y parvenir consiste à prendre la moyenne de ces deux variables.

Vu qu'il a été décidé de jumeler le rendement du S&P 500 et de l'Euronext en une seule variable, à savoir la moyenne du rendement de ces deux actifs et qu'il en est de même pour le rendement des swaps américains et européens, il est opportun de faire à nouveau une matrice de corrélation avec ces nouvelles variables. Cette matrice est présentée au tableau 2. Ce qui ressort de celle-ci, c'est que, d'une part, la corrélation entre le rendement du bitcoin et le rendement des autres actifs est toujours au même niveau (faible voire même négative) et d'autre part, la corrélation entre les actifs traditionnels entre eux n'atteint plus les valeurs d'avant. En effet, les coefficients de corrélation sont dorénavant compris entre -23,3 pourcents et +39,96 pourcents. Ceci est nettement moins élevé que ce qui avait été constaté auparavant. Dans la suite du travail, ce sont donc ces nouvelles variables<sup>35</sup> qui seront utilisées afin d'éviter qu'un problème de multicollinéarité ne vienne biaiser les résultats.

---

<sup>35</sup> Les deux nouvelles variables sont la moyenne du rendement du S&P 500 et de l'Euronext et la moyenne du rendement des swaps américains et européens.

Tableau 2 : Matrice de corrélation des rendements hebdomadaires des actifs financiers étudiés avec indices composites

	Rendement bitcoin	Rendement S&P500-Euronext	Rendement or	Rendement pétrole	Rendement Libor	Rendement Euribor	Rendement swaps us-euro	Rendement bitcoin retardé
Rendement bitcoin	1							
Rendement S&P500-Euronext	0,085835	1						
Rendement or	0,091894	-0,034594	1					
Rendement pétrole	0,002621	0,337014	0,145126	1				
Rendement Libor	-0,076539	-0,051243	-0,076966	-0,043489	1			
Rendement Euribor	0,106517	0,042242	-0,017858	0,061738	0,058869	1		
Rendement swaps us-euro	-0,038605	0,399626	-0,232981	0,228978	0,085932	0,155369	1	
Rendement bitcoin retardé	0,210255	0,00002	-0,023171	-0,062926	-0,070488	0,087757	-0,011864	1

Source : Auteur

### 3.2.3. STATISTIQUES DESCRIPTIVES

Dans cette section, les statistiques descriptives des rendements hebdomadaires des actifs financiers vont être analysées. Plus précisément, il s'agit de la moyenne (moment d'ordre un), de l'écart-type (moment centré d'ordre deux), du skewness (moment centré réduit d'ordre trois) ainsi que du kurtosis (moment centré réduit d'ordre quatre) qui seront étudiés. Ces données se retrouvent dans le tableau 3<sup>36</sup>.

<sup>36</sup> Pour une représentation graphique de l'évolution des rendements hebdomadaires des actifs financiers étudiés, voir figure A1 dans l'annexe 2.

Tableau 3 : Statistiques descriptives des rendements hebdomadaires des actifs financiers étudiés<sup>37</sup>

	Rendement bitcoin	Rendement S&P 500-Euronext	Rendement or	Rendement pétrole	Rendement Libor	Rendement Euribor	Rendement swaps us-euro
<b>Moyenne</b>	3,792014	0,162254	0,033803	-0,005327	0,521272	-0,274600	-0,242220
<b>Médiane</b>	1,614000	0,304160	0,059000	0,074000	0,062000	-0,100000	-0,850000
<b>Maximum</b>	98,102000	8,366320	7,722000	13,561000	11,300000	7,000000	33,250000
<b>Minimum</b>	-40,824000	-8,746920	-8,466000	-14,702000	-4,260000	-10,400000	-22,200000
<b>Ecart Type</b>	16,820130	1,955304	2,184897	4,168572	1,672500	1,625166	8,436084
<b>Skewness</b>	1,901786	-0,474309	-0,136130	-0,080137	2,084113	-1,368866	0,440582
<b>Kurtosis</b>	10,275750	4,874075	4,150020	4,034243	11,384450	13,086140	3,528098

Source : Auteur

Après avoir fait une comparaison de la moyenne du rendement hebdomadaire du bitcoin avec celles obtenues pour les autres variables, force est de constater que celle-ci est plus élevée. En effet, la moyenne du rendement hebdomadaire de cette cryptomonnaie vaut 3,79 pourcents<sup>38</sup> alors que les moyennes obtenues pour les autres rendements hebdomadaires varient entre -0,27 pourcent et +0,52 pourcent. Néanmoins, il est tout à fait logique d’observer une moyenne supérieure puisque comme le montre la figure 2, la croissance du bitcoin a largement surpassé celle des autres variables.

Contrairement à la moyenne, la médiane est robuste aux valeurs extrêmes ([Wonnacott et Wonnacott, 1990](#)). Celle-ci vaut, pour le rendement hebdomadaire du bitcoin, 1,61. Vu qu’elle est inférieure à la moyenne, cela signifie que cette dernière est tirée vers le haut et qu’il existe des valeurs extrêmes positives. De fait, l’évolution du cours de bourse du bitcoin évoluant sous l’influence de bulles spéculatives ([Gerlach et al, 2019](#)), de nombreuses valeurs extrêmes sont apparues au cours de la période étudiée.

En ce qui concerne l’écart-type du rendement hebdomadaire de cette monnaie virtuelle, celui-ci, tout comme pour la moyenne, est plus élevé que ceux obtenus pour les autres variables. Cela signifie que le bitcoin est plus risqué que les autres actifs analysés puisque son écart par rapport à la moyenne est de 16,82 alors que pour les autres actifs, l’écart-type varie entre 1,63

<sup>37</sup> Ce tableau ne comprend pas le rendement retardé du bitcoin étant donné que les statistiques descriptives de cette variable sont quasi similaires à celles du rendement du bitcoin.

<sup>38</sup> Comme cela a été dit dans la partie « 3.1. Données », les rendements ont déjà été multipliés par 100.

et 8,44. [Brière et al \(2015\)](#) étaient également arrivés à la conclusion que le bitcoin était plus risqué que les autres actifs traditionnels.

Le skewness obtenu pour le rendement hebdomadaire du bitcoin, quant à lui, n'est pas systématiquement supérieur à celui des autres actifs. De fait, celui-ci vaut 1,90 alors que pour les autres variables, il varie entre -1,37 et +2.08. Néanmoins, bien que le coefficient d'asymétrie le plus élevé soit celui du rendement hebdomadaire du Libor, celui du bitcoin est supérieur en comparaison avec celui des autres actifs. Cette valeur de 1,90 démontre que la distribution est asymétrique à droite et cela, sans être une règle absolue, affirme davantage l'existence de valeurs extrêmes positives ([Groeneveld et Meeden, 1984](#)).

Le dernier moment à analyser est le moment centré réduit d'ordre quatre, c'est-à-dire le kurtosis. Tout comme pour le skewness, celui obtenu pour le rendement hebdomadaire du bitcoin n'est pas systématiquement le plus élevé mais est relativement supérieur à celui de certains actifs. En effet, le kurtosis du bitcoin vaut 10,28 et celui des autres actifs varie entre 3,53 et 13,09. Lorsque les variables sont distribuées suivant une loi normale, le kurtosis vaut 3. Etant donné que dans le cas présent, celui du bitcoin vaut 10,28, cela signifie que les queues de distribution sont fort épaisses. Autrement dit, il y a une plus forte probabilité de voir apparaître des valeurs extrêmes que lorsque les variables sont distribuées normalement ([Groeneveld et Meeden, 1984](#)). Selon [Brière et al \(2015\)](#), cette valeur élevée reflète la présence de risques extrêmes.



## 4. METHODOLOGIE

---

Cette section intitulée « Méthodologie » est scindée en deux parties. Tout d'abord, une description du modèle choisi dans le cadre de ce mémoire sera faite afin de se familiariser avec celui-ci. Il s'agit du modèle autorégressif à transition lisse. Ensuite, une explication sera fournie sur comment a été élaborée la spécification du modèle. En effet, d'une part, il sera expliqué comment les variables seuil ont été retenues et d'autre part, comment s'est faite la détermination des variables à changement de régime.

### 4.1. MODELE AUTOREGRESSIF A TRANSITION LISSE

---

Comme cela a été mentionné dans la partie exploratoire, le cours du bitcoin a évolué d'une telle manière qu'il est fort probable qu'une rupture dans les données soit apparue. Si tel est le cas, il se pourrait bien qu'estimer les données avec un modèle linéaire ne soit pas efficient. C'est pourquoi, la méthodologie choisie, dans le cadre de ce mémoire, consiste à appliquer un modèle autorégressif à transition lisse étant donné que celui-ci permet de modéliser et d'analyser des séries temporelles non-linéaires (Eitrheim et Teräsvirta, 1996).

Le modèle autorégressif à transition lisse (STAR) est un cas spécifique du modèle régressif à transition lisse (STR) et est une alternative au modèle autorégressif à transition brutale (TAR) (Escribano et Jorda, 1999). Ce modèle STAR, développé, entre autres, par Chan et Tong (1986), Luukkonen et al (1988) et Teräsvirta (1994), consiste à analyser la relation qui existe entre une variable dépendante et une ou plusieurs variables indépendantes tout en admettant une non-linéarité dans les paramètres et donc une rupture structurelle qui mène à l'apparition d'au moins deux régimes. Au contraire du modèle TAR, ce modèle admet une transition en douceur entre ces régimes (Uctum, 2007). De plus, le modèle STAR semble plus approprié que le modèle TAR. En effet, diverses raisons permettent de justifier cette constatation dont notamment le fait que malgré que le changement d'un régime à l'autre peut se faire de manière brutale, l'agrégation des données tend à lisser la transition entre les différents régimes (Dumas, 1994 ; Teräsvirta, 1994). La représentation sous forme mathématique des modèles de type STAR est la suivante :

$$y_t = \eta_0 + \delta_0 x_t + (\eta_1 + \delta_1 x_t)G(s_t; \gamma, c) + u_t \quad (4.1)$$

Dans cette équation,  $y_t$  correspond à la variable dépendante du modèle, c'est-à-dire la variable qui doit être expliquée. Dans le cadre de ce travail, la variable dépendante est le rendement hebdomadaire du bitcoin. Les coefficients  $\eta_0$  et  $\eta_1$  représentent les constantes de la

partie linéaire et de la partie non-linéaire respectivement. En effet, ce modèle admettant une rupture structurelle, deux régimes seront analysés : le premier grâce à l'interprétation des coefficients obtenus dans la partie linéaire et le deuxième en prenant également en considération les coefficients obtenus dans la partie non-linéaire. Le paramètre  $x_t$ , quant à lui, correspond à un vecteur de variables indépendantes, c'est-à-dire les variables qui sont explicatives. Dans ce travail, les variables explicatives sont la moyenne du rendement du S&P 500 et du rendement de l'Euronext, le rendement de l'or, le rendement du pétrole, le rendement du taux à trois mois du Libor, le rendement du taux à trois mois de l'Euribor, la moyenne du rendement des swaps américains et du rendement des swaps européens ainsi que la variable dépendante retardée d'une période<sup>39</sup>. Finalement,  $u_t$  correspond au terme d'erreur qui est supposé indépendamment et identiquement distribué de moyenne nulle et avec un écart-type constant.

En ce qui concerne la fonction  $G(s_t; \gamma, c)$ , celle-ci dépend de deux paramètres, à savoir  $\gamma$  et  $c$  et celle-ci est une fonction de la variable  $s_t$ . Tout d'abord,  $s_t$  correspond à la variable seuil, c'est-à-dire la variable qui induit le changement de régime que subissent une ou plusieurs des variables du modèle. Selon [Teräsvirta \(1994\)](#), la variable seuil est supposée être une variable endogène à laquelle un retard<sup>40</sup> a été appliqué. Néanmoins, d'après [van Dijk et al \(2002\)](#), il peut aussi bien s'agir de variables endogènes que de variables exogènes. Ces variables peuvent par exemple être une variable explicative du modèle, la variable dépendante retardée ou encore une fonction de variables explicatives. Dans le cas présent, la variable seuil est la variable qui provoque le potentiel changement de régime qui est observé lors de l'analyse de l'évolution du cours de bourse du bitcoin. Ensuite,  $\gamma$  correspond à la valeur « slope » qui sera obtenue dans les résultats. Il s'agit de la vitesse d'ajustement lors du changement de régime ou, dit autrement, cela représente la douceur<sup>41</sup> avec laquelle le passage d'un régime à l'autre va se faire. Si ce paramètre est égal à zéro, cela signifie que le modèle STAR est réduit à un modèle AR et donc que le modèle est considéré comme étant linéaire. Finalement,  $c$ , quant à lui, correspond à la valeur « threshold » qui sera observée dans les résultats. Ce paramètre peut être interprété comme étant le seuil entre les deux régimes et il a une influence sur la

---

<sup>39</sup> Le modèle étant autorégressif, il est normal de prendre en considération la variable dépendante retardée. Le choix d'appliquer un retard d'une période uniquement est basé sur le fait que rien ne laisse à penser qu'il soit pertinent d'appliquer des retards de plus grande ampleur.

<sup>40</sup> En anglais, une variable retardée est appelée « lagged variable ».

<sup>41</sup> « Smoothness » en anglais.

vitesse de passage de 0 à 1 de la fonction  $G$ , 0 et 1 étant les valeurs extrêmes que peut prendre cette fonction.

La fonction  $G$  observée dans l'équation (4.1) peut prendre, généralement, deux formes différentes, à savoir une forme logistique ou une forme exponentielle. Il s'agit des formes les plus courantes rencontrées pour cette fonction. Toutefois,  $G$  peut également être une fonction normale ou encore une fonction logistique de second ordre ([van Dijk et al, 2002](#)). Lorsque la fonction  $G$  est de forme logistique, elle peut être représentée mathématiquement de la façon suivante :

$$G = \frac{1}{1+\exp(-\gamma(s_t-c))} \quad \text{avec} \quad \gamma > 0 \quad (4.2)$$

Par contre, lorsque cette fonction  $G$  est de forme exponentielle, sa représentation mathématique est la suivante :

$$G = 1 - \exp(-\gamma(s_t - c)^2) \quad \text{avec} \quad \gamma > 0 \quad (4.3)$$

Lors de la spécification du modèle, il faudra faire un choix entre appliquer une fonction logistique ou exponentielle pour  $G$ . En fonction du choix qui sera fait, le modèle sera dit de type LSTAR<sup>42</sup> si la forme retenue pour  $G$  est la forme logistique et le modèle sera dit de type ESTAR<sup>43</sup> si, au contraire, la forme retenue pour  $G$  est la forme exponentielle. La discrimination entre ces deux formes sera expliquée dans la partie qui traite du test de linéarité. En effet, préalablement à l'interprétation des résultats du modèle autorégressif à transition lisse, il convient de mettre en place un test de linéarité qui permettra de tester si le modèle est linéaire. Ce test est développé, entre autres, par [Luukkonen et al \(1988\)](#), [Teräsvirta \(1994\)](#) et [Escribano et Jorda \(1999\)](#).

De plus, il est important de savoir que le modèle autorégressif à transition lisse peut admettre deux interprétations. En effet, d'une part, il peut être considéré qu'il existe uniquement deux régimes, l'un lorsque  $G$  vaut 0 et l'autre lorsque  $G$  vaut 1 et que le passage d'un régime à l'autre se fait de manière lisse. D'autre part, au lieu de considérer qu'il existe uniquement deux régimes, le modèle peut en admettre une infinité, autrement dit, un régime pour chaque valeur prise par la fonction  $G$  ([van Dijk et al, 2002](#)).

---

<sup>42</sup> Cela signifie « Logistic Smooth Transition Autoregressive ».

<sup>43</sup> Cela signifie « Exponential Smooth Transition Autoregressive ».

Avant de mettre en œuvre le modèle autorégressif à transition lisse à proprement parler, celui-ci doit être spécifié. De fait, comme le montre l'équation (4.1), il faut définir la variable  $s_t$ , c'est-à-dire la variable seuil. Dans le cadre de ce travail, une première étape consistera à identifier les potentielles variables qui peuvent induire un changement de régime. Une seconde étape, qui aura lieu dans la partie « Résultats », permettra de choisir parmi les différentes variables qui auront été identifiées, celle qui laissera apparaître le plus de significativité au sein des coefficients. Cependant, la spécification du modèle ne se résume pas à définir les variables seuil. En effet, il faut également définir les variables explicatives qui sont variables et celles qui ne le sont pas. Lors de la spécification, les premières entreront dans le même cadre que celui de la variable dépendante et les secondes entreront dans un cadre distinct<sup>44</sup>.

---

### 4.2.1. DETERMINATION DE LA VARIABLE SEUIL

---

Comme cela a été dit précédemment, il faut désormais déterminer quelles sont les potentielles variables seuil du modèle. Par la suite, et plus précisément dans la partie « 5.1. Meilleure spécification en termes de significativité », la variable seuil finale, c'est-à-dire celle qui permettra d'obtenir le plus de significativité, sera retenue.

Etant donné que la variable seuil entraîne le changement de régime d'une ou de plusieurs variables du modèle et plus particulièrement du cours du bitcoin dans le cas présent, il est intéressant d'analyser graphiquement l'évolution du cours de chacune de celles-ci, y compris celui de la volatilité du marché financier américain et celui de la volatilité du marché financier européen. En effet, en procédant de la sorte, cela permettra de déceler quelles sont les variables qui ont potentiellement influencé la chute du cours du bitcoin. Les différents graphiques représentant l'évolution des cours et des taux des actifs analysés se trouvent à la figure 3.

Ce qu'il ressort de ces différents graphiques, et plus particulièrement de celui qui représente l'évolution du cours du bitcoin, c'est que la potentielle rupture se situe entre le 19 juillet 2017 et le 19 juillet 2018. En effet, il a été identifié précédemment que l'effondrement de la troisième bulle spéculative qui pesait sur le bitcoin a débuté le 19 décembre 2017 et s'est

---

<sup>44</sup> Voir figure A2 dans l'annexe 3 pour plus d'informations sur la manière dont la spécification est faite sur Eviews.

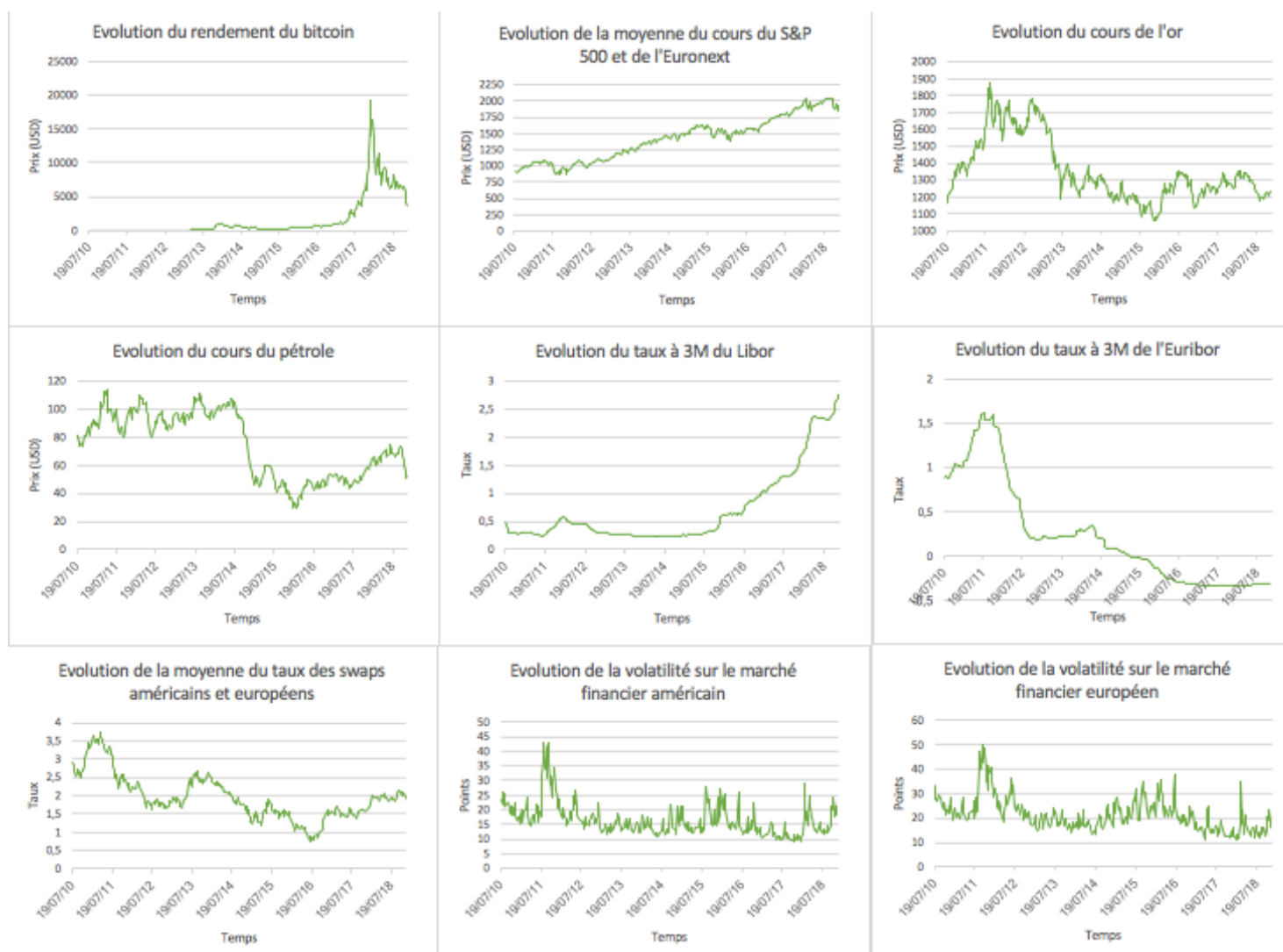
achevé le 25 décembre de cette même année ([Gerlach et al, 2019](#)). Il faut donc regarder comment évoluent les autres actifs entre le 19 juillet 2017 et le 19 juillet 2018. Concernant l'évolution du cours de l'or, du cours du pétrole, du taux à trois mois du Libor, du taux à trois mois de l'Euribor ou encore de la moyenne du taux des swaps américains et européens, ceux-ci n'ont pas évolué d'une manière particulière entre les deux périodes considérées. Par contre, l'évolution de la moyenne du cours du S&P 500 et de l'Euronext, quant à elle, s'est comportée d'une manière pratiquement semblable à celle du cours du bitcoin mais avec une ampleur plus modérée. En effet, ce cours a augmenté et puis a chuté entre le 19 juillet 2017 et le 19 juillet 2018. Etant donné la quasi similitude en termes de comportement, la moyenne du rendement hebdomadaire du S&P 500 et de l'Euronext fera partie de la liste des potentielles variables seuil. De plus, les indices de volatilité du marché financier américain et européen enregistrent une hausse entre les deux périodes précitées. Cela illustre l'instabilité qui existait sur les marchés boursiers à cette époque et cela pourrait fournir une explication à la chute du cours du bitcoin. C'est pourquoi ces deux actifs, à savoir l'indice de volatilité du marché financier américain et l'indice de volatilité du marché financier européen, feront également partie de la liste des variables seuil. Une quatrième et dernière potentielle variable seuil correspond à la variable dépendante retardée d'une période. De fait, la variable dépendante étant le rendement hebdomadaire du bitcoin, il se peut que celui-ci influence lui-même sa propre chute puisqu'il est habituel que les rendements des actifs financiers soient autocorrélés<sup>45</sup> ([Sias et Starks, 1997](#)). Cette variable seuil sera donc également testée.

Les quatre variables seuil retenues sont la moyenne du rendement hebdomadaire du S&P 500 et de l'Euronext, l'indice de volatilité du marché financier américain, l'indice de volatilité du marché financier européen et le rendement hebdomadaire du bitcoin retardé d'une période. Il s'agit des potentielles variables qui sont susceptibles d'influencer la chute du cours du bitcoin et donc de créer un changement de régime. Néanmoins, prédire l'évolution du cours de cette cryptomonnaie est une chose complexe puisque les fluctuations de cet actif restent parfois inexplicables ([Aalborg et al, 2018](#)).

---

<sup>45</sup> En effet, comme le montre la matrice de corrélation présentée au tableau 2, le rendement hebdomadaire du bitcoin et le rendement hebdomadaire du bitcoin retardé d'une période ont tout de même une corrélation de 21,03 pourcents.

Figure 3 : Graphiques représentant l'évolution des cours et des taux des différents actifs financiers étudiés



Source : Auteur

---

#### 4.2.2. DETERMINATION DES VARIABLES A CHANGEMENT DE REGIME

---

Lors de la spécification du modèle, en plus de déceler la variable seuil, il faut également déterminer les variables explicatives qui sont variables et celles qui ne le sont pas. Autrement dit, il faut identifier les variables indépendantes qui subissent un changement de régime et celles qui n'en subissent pas. Les premières se trouveront dans le premier cadre de la spécification et les secondes dans le deuxième cadre comme cela a été explicité au début de cette partie.

Etant donné la nature fluctuante des actifs financiers, il semble pertinent d'inclure l'entièreté des variables explicatives dans le premier cadre, à savoir la moyenne du rendement hebdomadaire du S&P 500 et de l'Euronext, le rendement hebdomadaire de l'or, le rendement hebdomadaire du pétrole, le rendement hebdomadaire du taux à trois mois du Libor, le rendement hebdomadaire du taux à trois mois de l'Euribor, la moyenne du rendement hebdomadaire des swaps américains et européens et le rendement hebdomadaire du bitcoin retardé d'une période. En effet, après observation des graphiques présents à la figure 3, les cours et les taux des actifs ont fluctué sur la période qui s'étend de 2010 à 2018. Il serait donc faux de dire qu'ils sont restés au même niveau durant ces huit dernières années. De plus, selon [Franses et van Dijk \(2000\)](#), les données financières ont tendance à ne pas se comporter de manière linéaire. C'est pourquoi, d'après eux, il vaudrait mieux privilégier des modèles non-linéaires à des fins de prévision et de description du rendement de ces données.

## 5. RESULTATS

---

Dans cette partie intitulée « Résultats », la meilleure spécification en termes de significativité sera tout d'abord identifiée. En effet, lors de la description du modèle STAR, quatre potentielles variables seuil ont été retenues et une explication a été fournie sur le fait que la fonction G pouvait être soit de forme logistique soit de forme exponentielle<sup>46</sup>. Il faudra donc, durant cette première section de la partie « Résultats », décider quelle est la meilleure spécification. Ensuite, une fois que celle-ci aura été identifiée, une interprétation du test de linéarité permettra de déterminer si le modèle est bien non-linéaire, c'est-à-dire si la suspicion identifiée préalablement s'avère exacte. De fait, lors de la phase exploratoire, nous nous étions rendus compte que le cours du bitcoin avait évolué de manière telle que l'on suspectait une rupture dans les données. Finalement, cette partie s'achèvera par une interprétation des résultats obtenus et par une comparaison avec les résultats obtenus dans les études précédentes menées, entre autres, par [Brière et al \(2015\)](#) ou encore [Wong et al \(2018\)](#).

### 5.1. MEILLEURE SPECIFICATION EN TERMES DE SIGNIFICATIVITE

---

Comme cela a été expliqué lors de la description du modèle autorégressif à transition lisse, les potentielles variables seuil qui ont pu être identifiées sont la variable dépendante retardée d'une période, l'indice de volatilité du marché financier américain (VIX), l'indice de volatilité du marché financier européen (VSTOXX) et la moyenne du rendement hebdomadaire du S&P 500 et de l'Euronext. Le modèle sera testé en incluant tour à tour chacune de celles-ci comme variable seuil. Pour ce faire, il faudra procéder en deux étapes. Tout d'abord, nous allons appliquer une fonction logistique pour G et inclure chacune des variables précitées comme variable seuil. Ensuite, nous recommencerons le même processus mais, cette fois, en appliquant une fonction exponentielle pour G. En procédant de la sorte, il sera possible de distinguer la spécification qui apporte le plus de significativité parmi les coefficients. En effet, le but est d'obtenir le plus de coefficients significatifs possibles car si ceux-ci ne le sont pas, cela signifie que les variables n'influencent pas le rendement du bitcoin et rien ne pourra être déduit. Les résultats obtenus sont présentés dans le tableau 4.

---

<sup>46</sup> Comme cela a été explicité précédemment, il s'agit des deux formes les plus courantes pour la fonction G.



Tableau 4 : Présentation des résultats obtenus en termes de significativité pour les différentes variables seuil identifiées et pour les deux formes que peut prendre la fonction G

		Variables seuil			
		Variable dépendante retardée d'une période	VIX	VSTOXX	Rendement S&P500-Euronext
<b>Forme de G</b>	<b>Logistique</b>	- Significativité parmi les coefficients ; - Paramètre « slope » significatif.	Problème d'estimation.	- Significativité parmi les coefficients ; - Paramètre « slope » non significatif.	- Pas de significativité parmi les coefficients ; - Paramètre « slope » non significatif.
	<b>Exponentielle</b>	- Significativité parmi les coefficients ; - Paramètre « slope » significatif.	- Pas de significativité parmi les coefficients ; - Paramètre « slope » significatif.	- Significativité parmi les coefficients ; - Paramètre « slope » non significatif.	- Significativité parmi les coefficients ; - Paramètre « slope » significatif.

Source : Auteur

La première étape afin de déterminer quelle est la meilleure spécification pour le modèle en termes de significativité consiste à appliquer une fonction logistique pour G (4.2) et à tester chaque variable seuil identifiée lors de la description du modèle autorégressif à transition lisse. Force est de constater que lorsque G prend une telle forme, la seule spécification pertinente est lorsque la variable seuil est la variable dépendante retardée d'une période puisque cela permet de faire apparaître de la significativité pour quatre variables dans la partie non-linéaire (dont la constante) ainsi que pour le coefficient du paramètre « slope ». En effet, dans les autres cas, soit aucune significativité parmi les coefficients n'apparaît, soit il est possible de faire apparaître de la significativité parmi ceux-ci mais, dans ce cas, celui du paramètre « slope » ne l'est pas. Or, il est primordial que ce coefficient soit significatif sinon cela reviendrait à dire que le modèle est linéaire. De plus, lorsque la variable seuil est l'indice de volatilité du marché financier américain, cela crée un problème dans l'estimation de l'écart-type, de la valeur du test t et de la probabilité associée à ce test. Il faut désormais

refaire le même processus en appliquant une fonction exponentielle pour G afin de voir s'il est possible de faire apparaître plus de significativité que celle qui a été obtenue lorsque la fonction G était de forme logistique et que la variable seuil était la variable dépendante retardée d'une période<sup>47</sup>.

La deuxième étape afin de déterminer quelle est la meilleure spécification pour le modèle en termes de significativité consiste à appliquer une fonction exponentielle pour G (4.3) et à tester chaque variable seuil identifiée lors de la description du modèle autorégressif à transition lisse. En procédant de la sorte, cela permet d'obtenir de meilleures spécifications. Effectivement, lorsque G était une fonction logistique, il y avait uniquement une spécification pertinente. Or, lorsque G est une fonction exponentielle, il est possible d'en obtenir deux qui sont intéressantes. La première est lorsque la variable seuil est la variable dépendante retardée d'une période et la seconde est lorsque la variable seuil est la moyenne du rendement hebdomadaire du S&P 500 et de l'Euronext. En ce qui concerne la première, de la significativité est obtenue parmi les variables explicatives (trois dans la partie linéaire et trois dans la partie non-linéaire) ainsi que pour les coefficients des paramètres « slope » et « threshold ». Pour la deuxième, il est également possible de faire apparaître de la significativité parmi les variables explicatives (une pour la partie linéaire et trois pour la partie non-linéaire<sup>48</sup>) ainsi que pour les coefficients des paramètres « slope » et « threshold ». Néanmoins, lorsque la variable seuil est la moyenne du rendement hebdomadaire du S&P 500 et de l'Euronext, pour que le coefficient du paramètre « slope » puisse être considéré comme étant significatif, il faut prendre un seuil de signification de 10 pourcents<sup>49</sup>. Par contre, ce n'est pas le cas lorsque la variable seuil est la variable dépendante retardée d'une période puisque dans ce cas-là, le coefficient du paramètre « slope » est significatif aussi bien à 1, qu'à 5 ou encore qu'à 10 pourcents<sup>50</sup>.

---

<sup>47</sup> Pour plus de détails quant aux coefficients obtenus, se référer au tableau A2 présent dans l'annexe 4.

<sup>48</sup> Le coefficient de la constante n'est pas pris en considération.

<sup>49</sup> Une explication sur ces différents seuils de signification est fournie dans la partie « 5.2.1. Test de linéarité de Luukkonen, Saikkonen et Teräsvirta ».

<sup>50</sup> Pour plus de détails quant aux coefficients obtenus, se référer au tableau A3 présent dans l'annexe 5.

La décision finale se porte sur la spécification où la variable seuil est la variable dépendante retardée d'une période et où  $G$  prend la forme d'une fonction exponentielle<sup>51</sup>. Ce choix s'explique par le fait que d'une part, nous obtenons plus de coefficients statistiquement différents de zéro et d'autre part, le coefficient de « slope » est significatif pour les trois seuils de signification précités.

Le test de linéarité ainsi que l'interprétation des résultats seront donc basés sur les données obtenues lorsque la spécification du modèle consiste à prendre la variable dépendante retardée d'une période comme variable seuil et que la fonction  $G$  est de forme exponentielle. En effet, comme cela a été explicité précédemment, il s'agit de la spécification qui permet de faire apparaître le plus de significativité<sup>52</sup>.

---

## 5.2. TEST DE LINEARITE

---

Le test de linéarité permet de détecter s'il y a un changement de régime dans les données, ou, autrement dit, permet de tester si celles-ci peuvent être approximées par une seule droite (Rao et Gabr, 1980). S'il est possible de les représenter selon une seule droite, cela signifie que le modèle est de type linéaire. Si, au contraire, il n'est pas possible d'approximer les données selon une seule droite, cela signifie que celui-ci n'est pas linéaire et que le modèle STAR est meilleur que le modèle GARCH dans l'estimation des coefficients. Ce test de linéarité peut être scindé en trois parties : un test de linéarité de Luukkonen, Saikkonen et Teräsvirta, un test séquentiel de Teräsvirta et un test de Escribano-Jorda. Les résultats de ces tests sont présentés dans le tableau 5.

Préalablement à la description de ces tests et à leur analyse, il est important de savoir que la méthodologie utilisée par le logiciel Eviews pour développer ceux-ci est basée sur l'équation

---

<sup>51</sup> Le fait que la variable seuil retenue soit la variable dépendante retardée d'une période est en accord avec ce qui a été identifié dans la partie « 3.2. Phase exploratoire ». En effet, dans cette section, il a été mis en avant le fait que les autres actifs analysés ne subissent pas un changement aussi brusque que celui du cours du bitcoin.

<sup>52</sup> Comme cela a été dit dans la partie « 4.1. Modèle autorégressif à transition lisse », le modèle STAR est souvent plus approprié que le modèle TAR. Néanmoins, la spécification retenue a tout de même été testée en appliquant un modèle de type TAR. Les résultats présentés dans le tableau A4 présent l'annexe 6 montrent qu'en effet, nous obtenons moins de significativité avec le modèle TAR qu'avec le modèle STAR et que donc ce dernier est plus approprié.

(5.6) développée par [Teräsvirta \(1994\)](#)<sup>53</sup> mais en appliquant une approximation de Taylor de quatrième ordre au lieu d'une approximation de troisième ordre :

$$y_t = \gamma_0 + \gamma_1(x_t s_t) + \gamma_2(x_t s_t^2) + \gamma_3(x_t s_t^3) + \gamma_4(x_t s_t^4) + u_t'' \quad (5.1)$$

Les variables  $y_t$ ,  $x_t$  et  $s_t$  et le paramètre  $\gamma$  ont la même signification que dans l'équation (4.1).

Tableau 5 : Résultats du test de linéarité de Luukkonen, Saikkonen et Teräsvirta, du test séquentiel de Teräsvirta et du test de Escribano-Jorda

<b>Test de linéarité</b>			
Hypothèse Nulle	F-stat	Degré liberté	P-valeur
H04: $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma_3 = \gamma_4 = 0$	4,298073	-20,408	0,0000
H03: $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma_3 = 0$	4,298073	-20,408	0,0000
H02: $\gamma_1 = \gamma_2 = 0$	5,482195	-14,414	0,0000
H01: $\gamma_1 = 0$	1,957024	-7,421	0,0596
<b>Test Séquentiel de Teräsvirta</b>			
Hypothèse Nulle	F-stat	Degré liberté	P-valeur
H3: $\gamma_3 = 0$	1,451432	-6,408	0,1937
H2: $\gamma_2 = 0 \mid \gamma_3 = 0$	8,755021	-7,414	0,0000
H1: $\gamma_1 = 0 \mid \gamma_2 = \gamma_3 = 0$	1,957024	-7,421	0,0596
<b>Test de Escribano-Jorda</b>			
Hypothèse Nulle	F-stat	Degré liberté	P-valeur
H0L: $\gamma_2 = \gamma_4 = 0$	1,536885	-6,408	0,1646
H0E: $\gamma_1 = \gamma_3 = 0$	0,769423	-12,408	0,6822

Source : Auteur

### 5.2.1. TEST DE LINEARITE DE LUUKKONEN, SAIKKONEN ET TERÄSVIRTA

Concernant la première partie du test, celui-ci correspond à un test de linéarité de [Luukkonen, Saikkonen et Teräsvirta \(1988\)](#). Il s'agit d'un test joint qui remplace la fonction G du modèle de base (4.1) par une fonction linéaire appropriée. Celle qui est retenue par ces auteurs est l'approximation de troisième ordre de Taylor (5.2).

$$T_3(z) = g_1 z + g_3 z^3 \quad (5.2)$$

Dans l'équation (5.2),  $z = \gamma(s_t - c)$ ,  $g_1 = \partial F / \partial z|_{z=0}$  et  $g_3 = (1/6) \partial^3 F / \partial z^3|_{z=0}$ .

$$y_t = \eta_0 + \delta_0 x_t + (\eta_1 + \delta_1 x_t) T_3(\gamma(s_t - c)) + u_t' \quad (5.3)$$

<sup>53</sup> Voir ci-après la partie « 5.2.2. Test séquentiel de Teräsvirta ».

Cela signifie que l'on rajoute, à la partie linéaire initiale, des termes qui permettent de représenter l'interaction entre des régresseurs linéaires et des termes polynomiaux de l'approximation de troisième ordre de Taylor (Luukkonen et al, 1988). Ce test peut admettre deux hypothèses nulles différentes, à savoir :

$$H_0 : \eta_1 = \delta_1 = 0 \quad (5.4)$$

$$H_0' : \gamma = 0 \quad (5.5)$$

Dans la première hypothèse (5.4), la variable  $s_t$  et les paramètres  $\gamma$  et  $c$  ne sont pas identifiés. Dans la seconde hypothèse (5.5), ce sont la variable  $s_t$  et les paramètres  $c$ ,  $\eta_1$  et  $\delta_1$  qui ne sont pas identifiés. Il s'agit de la seconde (5.5) qui est la plus répandue dans la littérature (Strikholm et Teräsvirta, 2006). Les seuils de signification qui seront pris en considération pour évaluer si les hypothèses nulles du test joint sont rejetées ou non sont de 1, 5 et 10 pourcents<sup>54</sup>. Dans le cas présent, il est possible d'affirmer que les quatre hypothèses nulles ( $H_{01}$ ,  $H_{02}$ ,  $H_{03}$ ,  $H_{04}$ ) sont rejetées et ce, à un seuil de 1, 5 et 10 pourcents pour les trois dernières et à un seuil de 10 pourcents pour la première. En effet, les p-valeurs étant inférieures à ces différents seuils, cela signifie que l'hypothèse nulle peut être rejetée (Rouder et al, 2009). Cela permet de conclure que le modèle n'est pas linéaire.

---

#### 5.2.2. TEST SEQUENTIEL DE TERÄSVIRTA

---

En ce qui concerne le test séquentiel de Teräsvirta (1994), celui-ci permet de définir le meilleur type de fonction pour  $G$ <sup>55</sup>. C'est un test dit séquentiel car il s'agit d'une séquence de F-tests ordinaires. L'équation qui représente cela est la suivante :

$$y_t = \gamma_0 + \gamma_1'x_t + \gamma_2'(x_t s_t) + \gamma_3'(x_t s_t^2) + \gamma_4'(x_t s_t^3) + u_t'' \quad (5.6)$$

Elle provient de l'équation développée par Luukkonen, Saikkonen et Teräsvirta (1988) (5.3) à laquelle on a appliqué une statistique de test multiplicateur de Lagrange (Teräsvirta, 1994). Sur base de cette équation, trois hypothèses peuvent être testées, à savoir celles présentes dans le tableau 5<sup>56</sup>.

Théoriquement, si  $H_3$  est rejetée, cela signifie qu'il vaut mieux privilégier une fonction logistique pour  $G$ . Si on ne rejette pas  $H_2$ , cela signifie également qu'il vaut mieux lui

---

<sup>54</sup> <https://support.minitab.com>

<sup>55</sup> Une fonction logistique (LSTAR) ou exponentielle (ESTAR).

<sup>56</sup> Le logiciel Eviews considère que  $\gamma_4$  (5.1) n'existe pas étant donné que ce test réclame une approximation de troisième ordre de Taylor.

appliquer une fonction logistique. Finalement, si on rejette  $H_1$ , la meilleure fonction pour  $G$  serait une fonction logistique. Néanmoins, ces informations peuvent prêter à confusion lors de l'interprétation car il se peut que l'on rejette  $H_2$  et que l'on rejette également  $H_1$  ce qui est un peu contradictoire puisque rejeter  $H_2$  irait en faveur d'une fonction exponentielle pour  $G$  alors que rejeter  $H_1$  irait en faveur d'une fonction logistique. C'est pourquoi [Teräsvirta \(1994\)](#) a finalement conclu que la meilleure méthode pour choisir entre la fonction logistique et exponentielle est de regarder la p-valeur obtenue pour  $H_2$ . Si celle-ci est plus faible que celles obtenues pour  $H_3$  et  $H_1$ , cela signifie que la fonction exponentielle est à privilégier. Dans le cas présent, la p-valeur obtenue pour  $H_2$  est la plus faible. Cela suggère donc que la meilleure fonction pour  $G$  est la fonction exponentielle. De fait, il est vrai que notre choix s'était porté vers cette fonction étant donné qu'en appliquant une fonction logistique à  $G$ , nous obtenions très peu de significativité. Les résultats de ce test permettent de confirmer que nous avons pris la bonne décision.

---

### 5.2.3. TEST DE ESCRIBANO-JORDA

---

La troisième et dernière partie correspond au test de [Escribano-Jorda \(1999\)](#). Il permet d'utiliser les différentes propriétés de l'extension de Taylor afin de vérifier à la fois ce qui a déjà été testé lors du premier test, à savoir la linéarité du modèle et ce qui a déjà été testé lors du second test, à savoir le choix entre une fonction logistique ou exponentielle pour  $G$ . En effet, le test HOL permet d'évaluer la linéarité du modèle lorsque  $G$  est une fonction logistique et le test HOE permet d'évaluer la linéarité du modèle lorsque  $G$  est une fonction exponentielle. Il s'agit donc d'une autre technique que celle développée par [Teräsvirta \(1994\)](#) pour déterminer s'il vaut mieux appliquer une fonction logistique ou exponentielle à  $G$ . Le test consiste à utiliser l'équation (5.6) et à lui appliquer un F-test ([Escribano et Jorda, 1999](#)). Les hypothèses nulles pour les tests HOL et HOE sont représentées dans le tableau 5.

Selon [Escribano et Jorda \(1999\)](#), afin de choisir entre une fonction logistique ou exponentielle pour  $G$ , il faut regarder les différentes p-valeurs obtenues. Si la p-valeur est minimum pour le test HOL, cela signifie qu'il faut choisir la fonction logistique. Au contraire, si la p-valeur est minimum pour le test HOE, il faut conclure que la meilleure fonction pour  $G$  est la fonction exponentielle.

Les résultats obtenus pour ce test sont un peu ambigus étant donné qu'ils ne sont pas en accord avec les deux autres tests développés ci-avant. En effet, le premier test a permis de

mettre en avant le fait que le modèle était non-linéaire et le second test a tranché quant au fait que la meilleure fonction pour G, dans le cadre de ce modèle, était la fonction exponentielle. Or, le test de Escribano et Jorda suggère l'inverse puisque selon les résultats de celui-ci, le modèle serait plutôt de type linéaire et la fonction qui devrait être appliquée à G devrait être de forme logistique. Au vu de l'ambiguïté présente, nous baserons nos conclusions uniquement sur les deux premiers tests.

En résumé, ce que le test de linéarité a permis de mettre en lumière, c'est que le modèle n'est pas linéaire et que c'est la fonction exponentielle qui est préférée pour G. Cela confirme donc bien ce qui a été dit précédemment, à savoir que l'on suspectait une non-linéarité dans le modèle et que l'on avait décidé de privilégier la fonction exponentielle pour G puisque c'est celle qui permettait d'obtenir le plus de significativité parmi les coefficients.

---

### 5.3.INTERPRETATION DES RESULTATS OBTENUS

---

Etant donné qu'il a été démontré que le modèle n'était pas linéaire, il est désormais possible d'interpréter les résultats obtenus. Ceux-ci sont scindés en trois parties, il y a les coefficients de la partie linéaire, ceux de la partie non-linéaire et finalement, il y a le coefficient du paramètre « slope » ainsi que celui du paramètre « threshold ». Les résultats sont présentés dans le tableau 6.

Avant toute chose, nous pouvons déjà remarquer que les coefficients de la partie linéaire et non-linéaire sont opposés en signe mais ont le même ordre de grandeur. Néanmoins, les coefficients de la partie non-linéaire, quant à eux, vont être multipliés par la fonction G. Celle-ci vaut, la plupart du temps, 1 ce qui signifie qu'interpréter les coefficients tels quels, c'est-à-dire sans les multiplier par la valeur de G, est cohérent<sup>57</sup>.

---

<sup>57</sup> Les valeurs prises par G sont représentées graphiquement à la figure A3 présente dans l'annexe 7.

Tableau 6 : Résultats du modèle autorégressif à transition lisse lorsque la variable seuil est la variable dépendante retardée d'une période et que la fonction G est de forme exponentielle

Fonction exponentielle	Variable dépendante retardée d'une période			
	Coefficient	Ecart Type	t-statistique	Prob.
<b>Partie linéaire</b>				
Rendement S&P500-Euronext	-75,72737	15,43103	-4,907473	0,0000
Rendement or	3,186366	5,751018	0,554053	0,5798
Rendement pétrole	-0,510385	3,790962	-0,134632	0,8930
Rendement Libor	-10,68963	7,030011	-1,520571	0,1291
Rendement Euribor	-31,95809	13,58303	-2,352795	0,0191
Rendement swaps us-euro	-5,511804	2,948554	-1,869325	0,0623
Rendement bitcoin retardé	19,30046	12,27271	1,572632	0,1166
Constante	-501,8115	329,5404	-1,522762	0,1286
<b>Partie non-linéaire</b>				
Rendement S&P500-Euronext	76,94189	15,44114	4,982914	0,0000
Rendement or	-2,555435	5,777324	-0,442322	0,6585
Rendement pétrole	0,375967	3,800001	0,098939	0,9212
Rendement Libor	10,54339	7,099461	1,485097	0,1383
Rendement Euribor	33,09073	13,63103	2,427603	0,0156
Rendement swaps us-euro	5,395047	2,950668	1,828415	0,0682
Rendement bitcoin retardé	-19,13671	12,27137	-1,559460	0,1196
Constante	504,6796	329,5643	1,531354	0,1264
Slope	0,173865	0,042349	4,105508	0,0000
Threshold	27,3147	0,190255	143,5689	0,0000

Source : Auteur

### 5.3.1. PARTIE LINEAIRE

L'hypothèse qui avait été émise lors de la phase exploratoire concernant la potentielle non-linéarité dans les données s'est avérée correcte. En effet, le test de linéarité a mis en lumière le fait que le modèle n'était pas linéaire et qu'il y avait bien une rupture dans les données. La partie linéaire du modèle correspond donc à la partie pour laquelle un changement de régime n'a pas encore eu lieu.

De prime abord, il y a lieu de constater que l'ensemble des coefficients sont négatifs à l'exception du coefficient du rendement hebdomadaire de l'or et du coefficient du rendement hebdomadaire du bitcoin retardé d'une période. Ces signes négatifs signifient que si le rendement de ces variables augmente, le rendement du bitcoin diminue. Autrement dit, le bitcoin serait un bon actif de couverture et serait intéressant à inclure dans un portefeuille afin



de diversifier le risque puisque d'une part, il est vrai que cet actif est fort peu corrélé aux autres variables du modèle et d'autre part, le rendement du bitcoin et des autres actifs évoluent dans des sens opposés. Cette conclusion va donc dans le même sens que celle émise dans les précédentes études qui traitaient de ce sujet. Quoi qu'il en soit, il est important de garder en tête que l'on considère des relations contemporaines (sauf en ce qui concerne la variable explicative qui correspond au rendement du bitcoin retardé d'une période). En effet, ce sont les rendements du taux à trois mois du Libor, de l'or, etc. d'aujourd'hui qui influencent le rendement du bitcoin d'aujourd'hui et inversement. En procédant de la sorte, on considère des influences qui peuvent aller dans les deux sens, tant de la variable dépendante vers les variables indépendantes que des variables indépendantes vers la variable dépendante. Il en aurait été autrement si nous avions décidé d'appliquer un retard sur les variables explicatives<sup>58</sup> (Rachev et al, 2007). Toutes les interprétations peuvent donc être comprises dans les deux sens cités ci-avant.

Ensuite, il est intéressant de regarder chaque coefficient de plus près. Toutefois, avant de s'intéresser à la valeur de ceux-ci, il faut tout d'abord examiner leur significativité. En ce qui concerne notre modèle, le seul coefficient qui est significatif à un seuil de 1, 5 et 10 pourcents est celui de la moyenne du rendement du S&P 500 et de l'Euronext. Le coefficient du rendement de l'Euribor est, quant à lui, significatif à un seuil de 5 et 10 pourcents. Finalement, le coefficient de la moyenne du rendement des swaps américains et européens est lui aussi significatif mais uniquement à un seuil de 10 pourcents. Les coefficients du rendement de l'or, du rendement du pétrole, du rendement du Libor, du rendement du bitcoin retardé d'une période et de la constante ne sont pas significatifs. Ils ne seront donc pas interprétés.

Pour la variable qui consiste à prendre la moyenne du rendement du S&P 500 et de l'Euronext, nous obtenons un coefficient de -75,73<sup>59</sup>. Cela signifie que si ce rendement augmente d'une unité, le rendement du bitcoin diminue de 75,73 unités. Nous pouvons en déduire que le rendement des deux variables évolue dans des sens opposés et qu'une modification de la moyenne du rendement du S&P 500 et de l'Euronext influence fortement le rendement du bitcoin au vu de l'ordre de grandeur du coefficient. En ce qui concerne les

---

<sup>58</sup> Il n'était pas pertinent, en termes de significativité, d'appliquer un retard sur les variables explicatives, à part pour la variable dépendante.

<sup>59</sup> Les valeurs sont arrondies à deux chiffres après la virgule.

deux autres coefficients significatifs obtenus, à savoir le coefficient du rendement de l'Euribor et le coefficient de la moyenne du rendement des swaps américains et européens, ceux-ci valent respectivement -31,96 et -5,51. Les conclusions sont semblables à celles développées pour la moyenne du rendement du S&P 500 et de l'Euronext à l'exception de l'impact de la moyenne du rendement des swaps américains et européens qui est moins important que dans les deux autres cas puisque la valeur du coefficient est plus faible.

En résumé, une augmentation de la valeur des variables explicatives, tout du moins celles dont les coefficients sont significatifs, influence négativement le rendement du bitcoin. Comme cela a été expliqué précédemment, étant donné que l'on considère ici des relations contemporaines, une augmentation du rendement du bitcoin influence également négativement la valeur de ces variables. La conclusion qui peut donc être tirée est qu'inclure le bitcoin dans un portefeuille composé de l'indice boursier S&P 500, de l'indice boursier Euronext, du taux à trois mois de l'Euribor, de swaps américains et de swaps européens peut être intéressant à des fins de diversification. En effet, la gestion de portefeuille réclame des actifs qui sont peu corrélés ou corrélés négativement entre eux et dont les rendements évoluent dans des sens opposés (Reilly et Brown, 2011). C'est bien ce qu'il se passe ici puisque si le rendement de ces actifs venait à chuter, le rendement du bitcoin, quant à lui, augmenterait.

---

### 5.3.2. PARTIE NON-LINEAIRE

---

La partie non-linéaire, contrairement à celle qui est linéaire, correspond à la partie pour laquelle un changement de régime a eu lieu. Il s'agit d'un concept qui n'a pas été analysé par Eisl et al (2015), Brière et al (2015) et Carpenter (2016)<sup>60</sup> étant donné que leur échantillon de données s'étend jusqu'en 2015, 2013 et 2016 respectivement et qu'au cours de ces périodes, ils n'avaient pas identifié de ruptures dans les données. De fait, nous avons décidé d'appliquer le modèle STAR avec la même spécification que celle qui a été retenue précédemment mais sur les données s'étendant de 2010 à 2013 comme Brière et al (2015)<sup>61</sup>. Les résultats obtenus montrent que d'une part, le coefficient du paramètre « slope » n'est pas significatif et d'autre part, la première partie du test de linéarité montre qu'il n'est pas possible de rejeter toutes les

---

<sup>60</sup> Les autres auteurs comme Guesmi et al (2018) et Wong et al (2018), n'ont pas non plus parlé de ruptures dans les données dans leur article bien que la période qu'ils ont analysée s'étend jusqu'en 2018.

<sup>61</sup> Ce processus a été réalisé avec la période choisie par Brière et al (2015) mais peut aisément être reproduit avec les périodes analysées par Eisl et al (2015) et Carpenter (2016).

hypothèses nulles comme tel est le cas lorsque la période s'étend de 2010 à 2018<sup>62</sup>. C'est pourquoi, il est intéressant d'analyser les données sur une période plus étendue car cela va permettre de voir s'il est toujours avantageux d'inclure le bitcoin dans un portefeuille afin de le diversifier ou si au contraire, cela n'a plus guère d'intérêt.

A nouveau, comme dans la partie linéaire, il est important de se rendre compte que l'on considère toujours des relations contemporaines (sauf en ce qui concerne la variable explicative qui correspond au rendement du bitcoin retardé d'une période), c'est-à-dire que les influences peuvent aller dans les deux sens, tant de la variable dépendante vers les variables indépendantes que des variables indépendantes vers la variable dépendante. De plus, avant d'analyser plus en profondeur les coefficients, nous pouvons déjà nous rendre compte que les valeurs des coefficients de la partie linéaire et non-linéaire sont forts proches en grandeur. Cependant, les signes de ceux-ci, quant à eux, sont tous opposés. Cela a pour conséquence que les conclusions qui ont été tirées dans la partie précédente ne seront peut-être plus tout à fait les mêmes.

Ensuite, comme pour la partie linéaire, il faut à nouveau regarder de plus près la significativité des coefficients. Etant donné que l'on désire obtenir des coefficients significatifs, le but est de réussir à rejeter l'hypothèse nulle qui dit que ceux-ci ne sont pas statistiquement différents de zéro et qui suggère donc que ces derniers n'expliquent pas la variable dépendante. Les seuils de signification qui ont été retenus sont toujours identiques : 1, 5 et 10 pourcents. En ce qui concerne notre modèle, les coefficients considérés comme étant significatifs sont les mêmes que ceux de la partie linéaire. En effet, le seul coefficient qui est significatif à un seuil de 1, 5 et 10 pourcents est celui de la moyenne du rendement du S&P 500 et de l'Euronext. Le coefficient du rendement de l'Euribor est, quant à lui, significatif à un seuil de 5 et 10 pourcents. Finalement, le coefficient de la moyenne du rendement des swaps américains et européens est lui aussi significatif mais uniquement à un seuil de 10 pourcents. Les coefficients du rendement de l'or, du rendement du pétrole, du rendement du Libor, du rendement du bitcoin retardé d'une période et de la constante ne sont pas significatifs. Ils ne seront donc pas interprétés.

---

<sup>62</sup> Les résultats sont présentés dans les tableaux A5 et A6 présents dans les annexes 8 et 9 respectivement.

Afin de connaître le coefficient final qui permettra de tirer des conclusions, il faut faire la somme des montants obtenus dans la partie linéaire et non-linéaire<sup>63</sup>. Concernant la moyenne du rendement du S&P 500 et de l'Euronext, la valeur obtenue pour le coefficient de cette variable est de 1,21. Cela signifie que si l'on augmente cette variable d'une unité, le rendement du bitcoin augmente de 1,21 unités. La moyenne du rendement du S&P 500 et de l'Euronext évolue donc dans le même sens que le rendement du bitcoin. En ce qui concerne les deux autres coefficients significatifs obtenus, à savoir le coefficient du rendement de l'Euribor et le coefficient de la moyenne du rendement des swaps américains et européens, ceux-ci valent respectivement 1,13 et -0,11. Le rendement de l'Euribor évolue donc dans le même sens que le rendement du bitcoin alors que pour la moyenne du rendement des swaps américains et européens, les conclusions restent semblables à celles émises dans la partie précédente.

En conclusion, seule une augmentation de la valeur de la moyenne du rendement des swaps américains et européens impacte négativement le rendement du bitcoin. En ce qui concerne les autres rendements, une augmentation de la valeur de ceux-ci l'influence positivement. Cela signifie que nous n'arrivons plus aux mêmes conclusions que celles que nous avons pu tirer dans la partie linéaire. En effet, dans cette partie, une augmentation de la valeur de ces trois variables explicatives et significatives influençait négativement le rendement du bitcoin. Or, comme cela a été dit dans la partie linéaire, la gestion de portefeuille réclame des actifs qui sont peu corrélés ou corrélés négativement entre eux et dont les rendements évoluent dans des sens opposés ([Reilly et Brown, 2011](#)). Bien que les rendements des variables indépendantes soient peu voire négativement corrélés au rendement du bitcoin, il n'est plus vrai d'affirmer que les rendements évoluent dans des sens opposés sauf pour la moyenne du rendement des swaps américains et européens. Nous ne pouvons donc plus assurer sans nuance que le bitcoin possède un bon pouvoir de diversification lorsque l'on prend en considération la période après laquelle l'éclatement de la bulle spéculative a eu lieu. Les doutes qu'avaient émis les précédents auteurs, dont entre autres [Brière et al \(2015\)](#), étaient donc fondés puisque leurs conclusions ne sont plus valables pour une période qui s'étend jusqu'en 2018. La chute du cours du bitcoin a donc renversé les conclusions antérieures.

---

<sup>63</sup> Les coefficients de la partie non-linéaire doivent, préalablement, avoir été multipliés par la valeur obtenue pour la fonction exponentielle G. Cependant, comme cela a été mentionné, celle-ci vaut 1 dans plus de 90 pourcents des cas. C'est pourquoi nous pouvons nous permettre d'utiliser ces coefficients sans les multiplier par la fonction G.

Désormais, le bitcoin est utile dans une diversification de portefeuille si celui-ci est composé de swaps américains et européens mais plus s'il est composé de l'indice boursier S&P 500, de l'indice boursier Euronext et du taux Euribor.

Néanmoins, bien que cette monnaie virtuelle ne possède plus son pouvoir de diversification d'antan, elle est toujours considérée comme étant un bon actif de couverture. En effet, comme cela a été dit précédemment, son rendement est peu voire négativement corrélé à celui des autres actifs financiers dédiés à l'investissement. Inclure le bitcoin dans un portefeuille est donc toujours intéressant puisque même si celui-ci n'est plus considéré comme un bon instrument de diversification, il garde tout de même son rôle d'actif de couverture. Cette conclusion est en accord avec ce que [Wong et al \(2018\)](#) avaient démontré dans leur article intitulé : « Cryptocurrency : A new investment opportunity ? An investigation of the hedging capability of cryptocurrencies and their influence on stock, bond and gold portfolios ».

---

### 5.3.3. PARAMETRES SLOPE ET THRESHOLD

---

Les deux paramètres, « slope » et « threshold »<sup>64</sup>, sont également examinés afin de voir si ceux-ci peuvent être considérés comme étant significatifs. Il est primordial qu'au moins le coefficient du paramètre « slope » le soit, auquel cas, cela signifierait que le modèle est linéaire. En effet, étant donné que ce paramètre représente la vitesse d'ajustement lors du changement de régime, s'il vaut zéro, cela signifierait que la vitesse est nulle et qu'il n'y a donc pas de rupture dans les données. Heureusement, ce coefficient est significatif ce qui est tout à fait normal puisque nous avons vu, lors du test de linéarité, que le modèle n'était pas linéaire. Le coefficient du paramètre « threshold » est, lui aussi, significatif. Les différents seuils de signification retenus sont toujours de 1, 5 et 10 pourcents et les deux coefficients sont significatifs à un seuil de 1, 5 et 10 pourcents.

---

<sup>64</sup> Voir leur signification dans la partie « 4. Méthodologie ».

## 6. CONCLUSION ET DISCUSSION

---

Vu qu'il a été démontré, entre autres, par [Klein et al \(2018\)](#) que le bitcoin était considéré comme un actif dédié à l'investissement, le but de ce travail a été d'évaluer l'utilité d'inclure cette cryptomonnaie dans un portefeuille composé d'autres actifs d'investissement. Les actifs en question faisaient partie d'une part, du marché financier américain comme le S&P 500, le taux à trois mois du Libor ou encore le taux des swaps américains et d'autre part, du marché européen comme l'Euronext, le taux à trois mois de l'Euribor ou le taux des swaps européens. L'or et le pétrole ont également été inclus dans le portefeuille étant donné qu'il s'agit de matières premières fréquemment utilisées à des fins d'investissement ([Sujit et Kumar, 2011](#)).

Le cours du bitcoin a été sous l'influence de trois bulles spéculatives majeures dont la plus grande en ampleur est la dernière qui s'est étendue de janvier 2016 à décembre 2017 ([Gerlach et al, 2019](#)). Cela a engendré une évolution anormale du cours de cette monnaie virtuelle en comparaison à celle des autres actifs étudiés. Après avoir fait cette constatation, une suspicion est apparue quant au fait que cet actif n'évolue pas de façon linéaire et que cela pouvait potentiellement entraîner un changement de régime et donc une non-linéarité dans les données. Si ce soupçon s'avérait être exact, le modèle qui allait être utilisé ne pouvait pas être un modèle linéaire de type moindres carrés ordinaire ou de type GARCH. C'est pourquoi notre choix s'est plutôt porté vers le modèle autorégressif à transition lisse développé, notamment, par [Chan et Tong \(1986\)](#), [Luukkonen et al \(1988\)](#) et [Teräsvirta \(1994\)](#).

Préalablement à l'interprétation des résultats fournis par le modèle STAR, un test de linéarité a été réalisé afin de tester formellement si le soupçon de non-linéarité dans les données et donc de changement de régime s'avère être exact. Ce test, composé en trois parties et créé par [Luukkonen, Saikkonen et Teräsvirta \(1988\)](#), [Teräsvirta \(1994\)](#) et [Escribano et Jorda \(1999\)](#) a permis de mettre en avant le fait que la suspicion était correcte étant donné que le modèle est bien non-linéaire.

Après avoir été confortée dans notre idée, les résultats obtenus ont pu être interprétés. Ceux-ci montrent qu'avant que le changement de régime n'ait lieu, les conclusions étaient semblables à celles émises, entre autres par [Brière et al \(2015\)](#). En effet, d'une part, le bitcoin était considéré comme étant un bon actif de couverture vu que le rendement de celui-ci est faiblement voire même, dans certains cas, négativement corrélé au rendement des autres actifs dédiés à l'investissement. D'autre part, pour les actifs où il a été possible d'interpréter les

coefficients, c'est-à-dire pour lesquels les coefficients étaient significatifs, à savoir pour la moyenne du rendement hebdomadaire du S&P 500 et de l'Euronext, pour le rendement hebdomadaire du taux à trois mois de l'Euribor et pour la moyenne du rendement hebdomadaire du taux des swaps américains et européens, il a été démontré que lorsque le rendement de ces actifs diminuait, le rendement du bitcoin, quant à lui, augmentait. Les rendements évoluant dans des sens opposés, cette monnaie virtuelle était considérée comme étant un bon actif de diversification. Néanmoins, après que le changement de régime ait eu lieu, les conclusions n'étaient plus tout à fait les mêmes. De fait, bien que le bitcoin soit toujours considéré comme étant un bon actif de couverture, son pouvoir de diversification s'est quelque peu modifié. Les coefficients significatifs obtenus tendent à dire l'inverse de ce qui a été explicité auparavant à savoir que désormais, lorsque le rendement des actifs précités diminue, le rendement du bitcoin diminue également (sauf lorsqu'il s'agit de la moyenne du rendement hebdomadaire des swaps américains et européens). Cette constatation est en accord avec ce qu'avaient démontré [Wong et al \(2018\)](#) puisque ces auteurs avaient mis en avant le fait que le bitcoin était un bon actif de couverture mais pas un bon actif de diversification et c'est précisément ce qui est démontré dans ce travail. En résumé, malgré le risque additionnel qui est pris en incluant cet actif dans un portefeuille à cause de la nature risquée que possède celui-ci<sup>65</sup>, l'inclure dans un portefeuille qui est déjà bien diversifié reste intéressant puisqu'à travers ce travail, la capacité du bitcoin à agir comme un bon actif de couverture a été confirmée.

Cette monnaie électronique étant prédisposée à évoluer vers des bulles spéculatives relativement grandes en ampleur, le futur est incertain quant à sa capacité ou non à retrouver son pouvoir de diversification d'antan. En effet, il semble qu'il y ait un lien entre le fait qu'auparavant, cette cryptomonnaie possédait un pouvoir de diversification et que depuis l'apparition et l'éclatement de la dernière bulle spéculative en date, ce pouvoir ne soit plus semblable. C'est pourquoi il serait intéressant de refaire la même étude si, à l'avenir, le cours du bitcoin ne subissait plus l'influence de bulles spéculatives afin de voir s'il existe bien un lien entre celles-ci et le pouvoir de diversification de cette monnaie virtuelle. De plus, pour les futures recherches à ce sujet, des tests pourraient être mis en place afin d'évaluer formellement si la rupture dans les données est effectivement due à l'effondrement du cours du bitcoin de décembre 2017. Finalement, afin d'obtenir plus de significativité parmi les

---

<sup>65</sup> Cet actif possède un écart-type fort élevé en comparaison à celui des autres actifs étudiés (voir la partie « 3.2.3. Statistiques descriptives »).

coefficients, il faudrait peut-être inclure d'autres actifs que ceux qui ont été choisis dans le cadre de ce travail.



## 7. ANNEXES

### 7.1.ANNEXE 1 : MATRICE DE VARIANCE-COVARIANCE

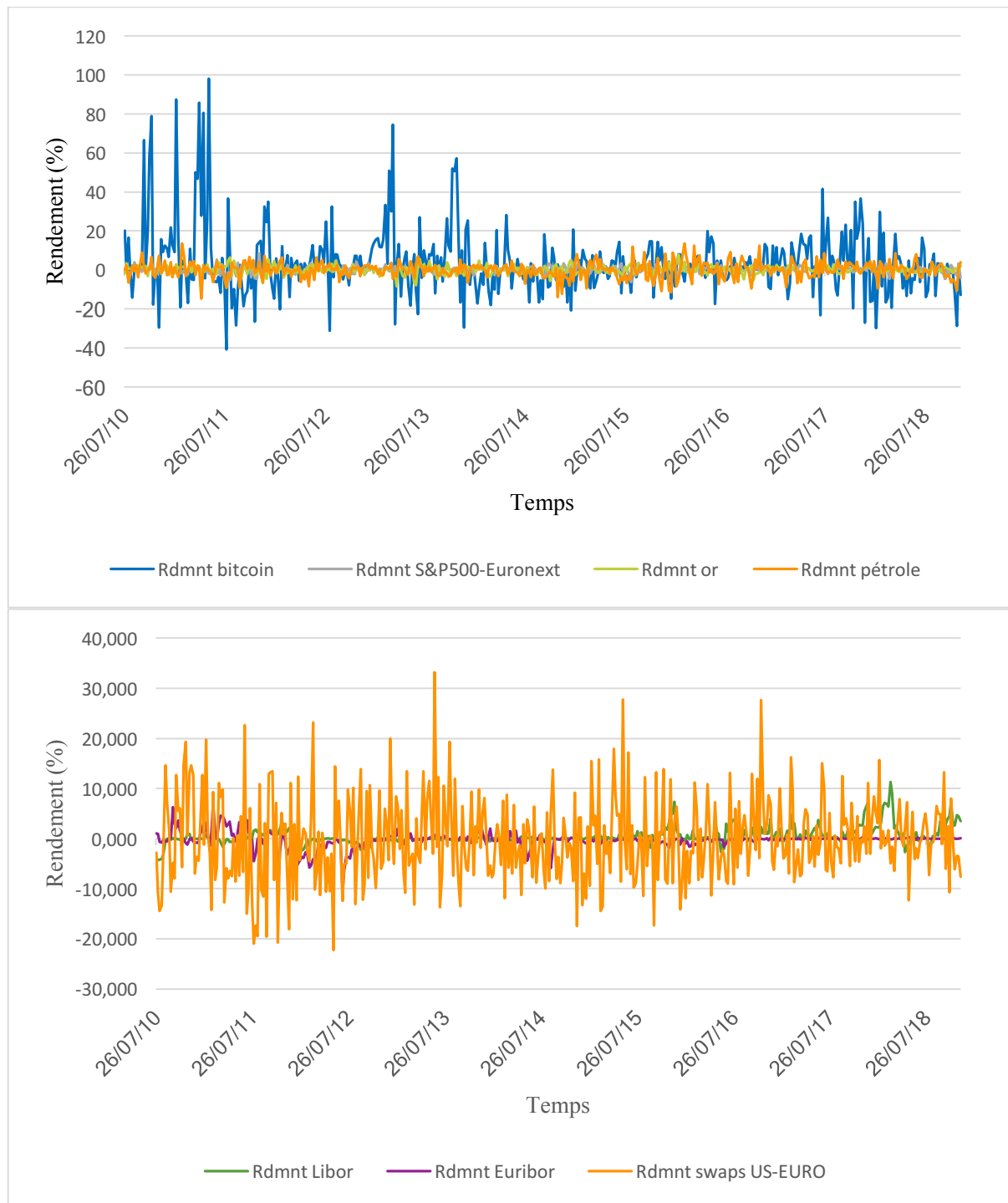
Tableau A1 : Matrice de variance-covariance d'un portefeuille composé de N actifs

	$\omega_1 r_1$	$\omega_2 r_2$	...	$\omega_N r_N$
$\omega_1 r_1$	$\omega_1^2 \sigma_1^2$	$\omega_1 \omega_2 \sigma_{12}$	...	$\omega_1 \omega_N \sigma_{1N}$
$\omega_2 r_2$	$\omega_1 \omega_2 \sigma_{12}$	$\omega_2^2 \sigma_2^2$	...	$\omega_2 \omega_N \sigma_{2N}$
...	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$
$\omega_N r_N$	$\omega_1 \omega_N \sigma_{1N}$	$\omega_2 \omega_N \sigma_{2N}$	...	$\omega_N^2 \sigma_N^2$

Source : Auteur

## 7.2.ANNEXE 2 : EVOLUTION DU RENDEMENT HEBDOMADAIRE DES ACTIFS FINANCIERS

Figure A1 : Evolution du rendement hebdomadaire des actifs financiers étudiés de 2010 à 2018



Source : Auteur

Figure A2 : Spécification du modèle STAR sur le logiciel Eviews

The screenshot shows the 'Equation Estimation' dialog box in EViews, with the 'Specification' tab selected. The dialog is divided into several sections:

- Equation specification:** Contains a text box for the 'Dependent variable followed by list of threshold varying regressors:' and another for the 'List of threshold non-varying regressors:'.
- Threshold variable specification:** Includes a text box for entering a series, group, list of series, integer, or range pairs. It provides examples: 'Ex: "3", "3 6" (SETAR), or "Z1 Z2" (TAR)'. Below this is a 'Threshold type:' section with two radio buttons: 'Discrete (ex: TAR)' (which is selected) and 'Smooth (ex: STAR)'.
- Estimation settings:** Features a 'Method:' dropdown menu currently set to 'THRESHOLD - Threshold Regression' and a 'Sample:' text box containing '1 439'.

At the bottom right of the dialog are 'OK' and 'Cancel' buttons.

Source : Auteur

## 7.4.ANNEXE 4 : RESULTATS DU MODELE STAR AVEC FONCTION LOGISTIQUE POUR G

**Tableau A2 : Résultats du modèle LSTAR**

Fonction logistique	Variable dépendante retardée d'une période				VIX				VTOXX				Rendement S&P500-Euronext			
	Coeff.	Ecart type	t-stat	Prob.	Coeff.	Ecart type <sup>66</sup>	t-stat <sup>67</sup>	Prob. <sup>68</sup>	Coeff.	Ecart type	t-stat	Prob.	Coeff.	Ecart type	t-stat	Prob.
<b>Partie linéaire</b>																
Rendement S&P500-Euronext	0,62050	0,49556	1,25212	0,2112	0,87280				5,15553	2,42347	2,12733	0,0340	16833	1475539	0,00114	0,9991
Rendement or	0,61642	0,40983	1,50407	0,1333	0,63324				-1,57689	3,17192	-0,49714	0,6193	-3033,37	265934	-0,00114	0,9991
Rendement pétrole	-0,21636	0,21479	-1,00727	0,3144	-0,10167				-0,20032	1,59578	-0,12553	0,9002	-205,075	179547,8	-0,00114	0,9991
Rendement Libor	-0,30337	0,59006	-0,51414	0,6074	-0,46928				3,56358	2,08768	1,70695	0,0886	-0,70268	5973,58	-0,00011	0,9999
Rendement Euribor	0,29743	0,63917	0,46534	0,6419	1,02144				-5,16484	37,6999	-0,13699	0,8911	1073,80	939893,3	0,00114	0,9991
Rendement swaps us-euro	0,11786	0,14476	0,81414	0,4160	-0,11485				-1,92064	0,71678	-2,67953	0,0077	-1248,81	109434	-0,00114	0,9991
Rendement bitcoin retardé	-0,32554	0,26883	-1,21096	0,2266	0,21112				-0,17180	0,23166	-0,74159	0,4587	-1387,53	121623	-0,00114	0,9991
Constante	-3,28411	6,72966	-0,48800	0,6258	3,49412				0,73859	4,63797	0,15925	0,8735	120694,7	1,06.10 <sup>08</sup>	0,00114	0,9991
<b>Partie non-linéaire</b>																
Rendement S&P500-Euronext	2,25005	3,16956	0,70989	0,4782	6,21263				-4,36834	2,46774	-1,77017	0,0774	-16831,6	1475538	-0,00114	0,9991
Rendement or	-0,48425	2,41694	-0,20035	0,8413	0,24556				2,20820	3,19449	0,69125	0,4898	3034,80	265934	0,00114	0,9991
Rendement pétrole	0,20740	1,19432	0,17365	0,8622	-2,78351				0,06886	1,60909	0,04280	0,9659	204,929	179547,8	0,00114	0,9991
Rendement Libor	-5,37299	3,84965	-1,39570	0,1635	23,8208				-4,36309	2,14681	-2,03236	0,0427	0,30418	5974,77	0,00005	1,0000
Rendement Euribor	7,95349	3,28390	2,42195	0,0159	8,91676				6,16894	37,7031	0,16361	0,8701	-1073,05	939893,3	-0,00114	0,9991
Rendement swaps us-euro	-1,86177	0,80935	-2,30033	0,0219	-2,40658				1,84784	0,72487	2,54921	0,0112	1248,92	109434	0,00114	0,9991
Rendement bitcoin retardé	-1,21694	0,63063	-1,92972	0,0543	-0,53974				0,38011	0,23661	1,60642	0,1089	1387,99	121623	0,00114	0,9991
Constante	126,874	66,6321	1,90410	0,0576	-51,2624				2,61813	4,72159	0,55450	0,5795	-120713,1	1,06.10 <sup>08</sup>	-0,00114	0,9991
Slope	0,09073	0,03983	2,27750	0,0233	168,301				432,410	3346850	0,00001	1,0000	0,17974	0,27917	0,64382	0,5200
Threshold	36,0810	7,83583	4,60462	0,0000	31,8613				13,1272	210,211	0,06244	0,9502	-47,8264	4899,71	-0,00976	0,9922

Source : Auteur

<sup>66</sup> Le logiciel Eviews ne parvient pas à estimer ces valeurs.

<sup>67</sup> Le logiciel Eviews ne parvient pas à estimer ces valeurs.

<sup>68</sup> Le logiciel Eviews ne parvient pas à estimer ces valeurs.

## 7.5.ANNEXE 5 : RESULTATS DU MODELE STAR AVEC FONCTION EXPONENTIELLE POUR G

**Tableau A3 : Résultats du modèle ESTAR**

Fonction exponentielle	Variable dépendante retardée d'une période				VIX				VTOXX				Rendement S&P500-Euronext			
	Coeff.	Ecart Type	t-stat	Prob.	Coeff.	Ecart Type	t-stat	Prob.	Coeff.	Ecart Type	t-stat	Prob.	Coeff.	Ecart Type	t-stat	Prob.
<b>Partie linéaire</b>																
Rendement S&P500-Euronext	-75,7273	15,4310	-4,90747	0,0000	5,46135	5,99508	0,91097	0,3628	0,86757	0,85549	1,01412	0,3111	-4,79609	4,81257	-0,99657	0,3195
Rendement or	3,18636	5,75101	0,55405	0,5798	1,76086	3,33541	0,52792	0,5978	1,33544	0,70400	1,89691	0,0585	-0,74834	0,94444	-0,79236	0,4286
Rendement pétrole	-0,51038	3,79096	-0,13463	0,8930	3,18624	4,27095	0,74602	0,4561	0,22286	0,34184	0,65193	0,5148	0,21108	0,47644	0,44303	0,6580
Rendement Libor	-10,6896	7,03001	-1,52057	0,1291	39,1543	26,5723	1,47350	0,1414	-2,38532	0,98702	-2,41667	0,0161	-1,19973	0,98520	-1,21774	0,2240
Rendement Euribor	-31,9580	13,5830	-2,35279	0,0191	-2,01569	4,67663	-0,43101	0,6667	2,96461	1,29031	2,29759	0,0221	-1,45370	1,18162	-1,23025	0,2193
Rendement swaps us-euro	-5,51180	2,94855	-1,86932	0,0623	-2,13942	2,13648	-1,00137	0,3172	0,05489	0,19710	0,27849	0,7808	0,05956	0,26458	0,22512	0,8220
Rendement bitcoin retardé	19,3004	12,2727	1,57263	0,1166	-0,87024	0,77966	-1,11617	0,2650	0,21516	0,08243	2,61022	0,0094	0,39134	0,11319	3,45727	0,0006
Constante	-501,811	329,540	-1,52276	0,1286	-98,8437	44,1404	-2,23930	0,0257	6,27955	1,70511	3,68278	0,0003	5,04784	2,37071	2,12924	0,0338
<b>Partie non-linéaire</b>																
Rendement S&P500-Euronext	76,9418	15,4411	4,98291	0,0000	-4,68368	6,01084	-0,77920	0,4363	0,70885	1,20326	0,58910	0,5561	6,04176	4,88375	1,23711	0,2167
Rendement or	-2,55543	5,77732	-0,44232	0,6585	-1,17078	3,38609	-0,34576	0,7297	-1,04437	0,98488	-1,06040	0,2896	1,96975	1,10314	1,78558	0,0749
Rendement pétrole	0,37596	3,80000	0,09893	0,9212	-3,31565	4,29837	-0,77137	0,4409	-0,64649	0,54825	-1,17918	0,2390	-0,58425	0,58564	-0,99762	0,3190
Rendement Libor	10,5433	7,09946	1,48509	0,1383	-39,7193	26,5733	-1,49470	0,1357	3,42275	1,35045	2,53452	0,0116	0,80273	1,25679	0,63871	0,5234
Rendement Euribor	33,0907	13,6310	2,42760	0,0156	3,03612	4,76251	0,63750	0,5241	-2,87618	1,54330	-1,86365	0,0631	3,98767	1,43921	2,77074	0,0058
Rendement swaps us-euro	5,39504	2,95066	1,82841	0,0682	2,00356	2,14531	0,93392	0,3509	-0,33079	0,29507	-1,12103	0,2629	-0,21292	0,31415	-0,67776	0,4983
Rendement bitcoin retardé	-19,1367	12,2713	-1,55946	0,1196	1,07257	0,78359	1,36879	0,1718	-0,09710	0,14275	-0,68019	0,4968	-0,29037	0,13655	-2,12634	0,0341
Constante	504,679	329,564	1,53135	0,1264	102,632	44,0965	2,32745	0,0204	-5,52728	2,44006	-2,26522	0,0240	-1,93998	2,77474	-0,69915	0,4848
Slope	0,17386	0,04234	4,10550	0,0000	0,05322	0,02281	2,33233	0,0202	0,07071	0,04515	1,56618	0,1181	1,70705	1,01952	1,67436	0,0948
Threshold	27,314	0,19025	143,568	0,0000	34,3050	1,08276	31,6827	0,0000	19,4060	0,61929	31,3355	0,0000	0,30719	0,13181	2,33043	0,0203

Source : Auteur

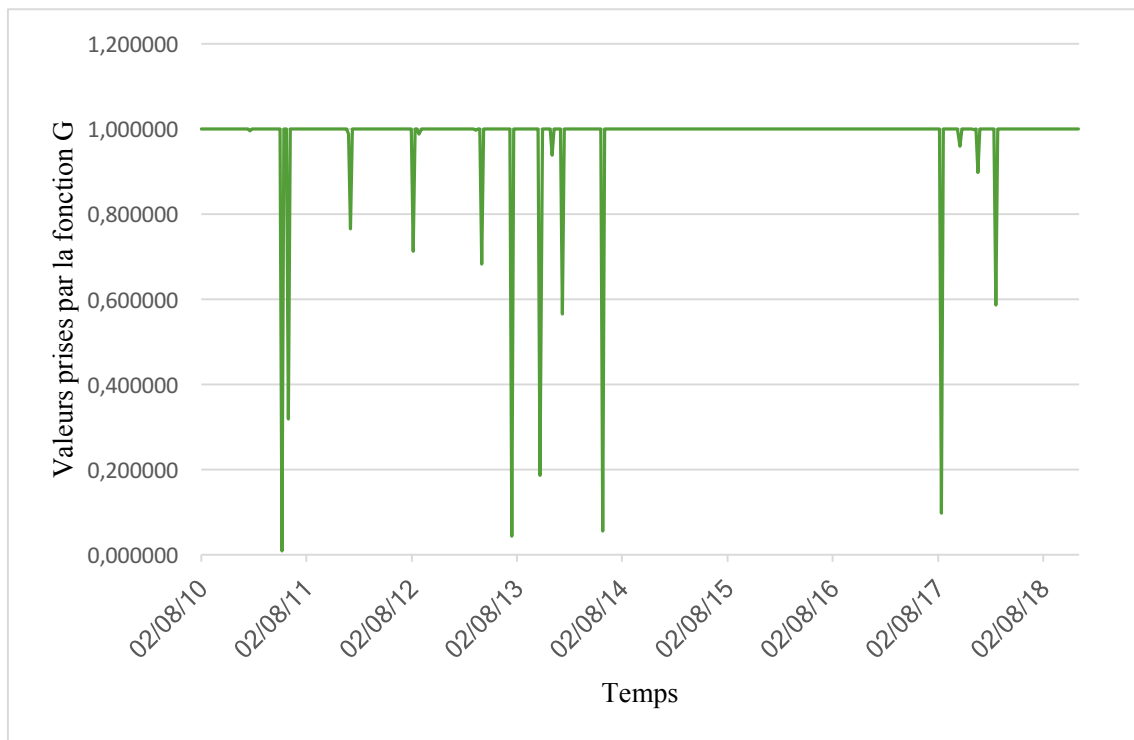
## 7.6.ANNEXE 6 : RESULTATS DU MODELE TAR

Tableau A4 : Résultats du modèle autorégressif à transition brutale lorsque la variable seuil est la variable dépendante retardée d'une période

	Variable dépendante retardée d'une période			
	Coefficient	Ecart Type	t-statistique	Prob.
<b>Régime 1 : <math>s_t &lt; 14,730999</math></b>				
Rendement S&P500-Euronext	0,911352	0,466942	1,951747	0,0516
Rendement or	0,595202	0,400059	1,487788	0,1376
Rendement pétrole	-0,173642	0,212054	-0,818855	0,4133
Rendement Libor	-0,231331	0,538332	-0,429718	0,6676
Rendement Euribor	0,704569	0,522152	1,349356	0,1779
Rendement swaps us-euro	-0,015154	0,112862	-0,134271	0,8933
Rendement bitcoin retardé	-0,029494	0,088835	-0,332008	0,7400
Constante	2,076589	0,903519	2,298335	0,0220
<b>Régime 2 : <math>s_t \geq 14,730999</math></b>				
Rendement S&P500-Euronext	2,822782	1,529924	1,845047	0,0657
Rendement or	1,007199	0,981455	1,026231	0,3054
Rendement pétrole	0,236268	0,633477	0,372971	0,7094
Rendement Libor	-1,990540	0,992049	-2,006494	0,0454
Rendement Euribor	2,846395	1,304015	2,182793	0,0296
Rendement swaps us-euro	-0,787250	0,292029	-2,695793	0,0073
Rendement bitcoin retardé	0,048403	0,105571	0,458488	0,6468
Constante	12,83791	4,112419	3,121742	0,0019

Source : Auteur

Figure A3 : Représentation graphique de la fonction G de 2010 à 2018



Source : Auteur

## 7.8.ANNEXE 8 : RESULTATS DU MODELE STAR POUR LA PERIODE 2010-2013

Tableau A5 : Résultats du modèle autorégressif à transition lisse lorsque la variable seuil est la variable dépendante retardée d'une période et que la fonction G est de forme exponentielle pour la période 2010-2013

Fonction exponentielle	Variable dépendante retardée d'une période			
	Coefficient	Ecart Type	t-statistique	Prob.
<b>Partie linéaire</b>				
Rendement S&P500-Euronext	-25622,20	1628263	-0,015736	0,9875
Rendement or	1019,699	78325,99	0,013019	0,9896
Rendement pétrole	4456,607	290258	0,015354	0,9878
Rendement Libor	40641,81	2591328	0,015684	0,9875
Rendement Euribor	-1227,178	59613,79	-0,020585	0,9836
Rendement swaps us-euro	-12886,01	821790,6	-0,015680	0,9875
Rendement bitcoin retardé	-33868,12	2180278	-0,015534	0,9876
Constante	850454,8	54753194	0,015533	0,9876
<b>Partie non-linéaire</b>				
Rendement S&P500-Euronext	25624,47	1628263	0,015737	0,9875
Rendement or	-1018,724	78326,01	-0,013006	0,9896
Rendement pétrole	-4457,217	290257,9	-0,015356	0,9878
Rendement Libor	-40641,76	2591328	-0,015684	0,9875
Rendement Euribor	1228,677	59613,75	0,020611	0,9836
Rendement swaps us-euro	12885,65	821790,6	0,015680	0,9875
Rendement bitcoin retardé	33868,27	2180278	0,015534	0,9876
Constante	-850449,7	54753194	-0,015532	0,9876
Slope	0,433310	2,757824	0,157120	0,8753
Threshold	27,12351	5,578999	4,861716	0,0000

Source : Auteur



## 7.9.ANNEXE 9 : RESULTATS DU TEST DE LINEARITE POUR LA PERIODE 2010-2013

Tableau A6 : Résultats du test de linéarité de Luukkonen, Saikkonen et Teräsvirta, du test séquentiel de Teräsvirta et du test de Escribano-Jorda pour la période 2010-2013

<b>Test de linéarité</b>			
Hypothèse Nulle	F-stat	Degré liberté	P-valeur
H04: $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma_3 = \gamma_4 = 0$	2,635722	-19,151	0,0006
H03: $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma_3 = 0$	2,635722	-19,151	0,0006
H02: $\gamma_1 = \gamma_2 = 0$	3,119824	-14,156	0,0003
H01: $\gamma_1 = 0$	1,432607	-7,163	0,1955
<b>Test Séquentiel de Teräsvirta</b>			
Hypothèse Nulle	F-stat	Degré liberté	P-valeur
H3: $\gamma_3 = 0$	1,218939	-5,151	0,3029
H2: $\gamma_2 = 0 \mid \gamma_3 = 0$	4,586395	-7,156	0,0001
H1: $\gamma_1 = 0 \mid \gamma_2 = \gamma_3 = 0$	1,432607	-7,163	0,1955
<b>Test de Escribano-Jorda</b>			
Hypothèse Nulle	F-stat	Degré liberté	P-valeur
H0L: $\gamma_2 = \gamma_4 = 0$	1,451656	-6,151	0,1987
H0E: $\gamma_1 = \gamma_3 = 0$	0,884420	-11,151	0,5570

Source : Auteur

## 8. BIBLIOGRAPHIE

---

### 8.1. DOCUMENTS

---

- Aalborg, Molnàr et de Vries (2018) What can explain the price, volatility and trading volume of Bitcoin? *Finance Research Letters*.
- Abdi (2010) Least Squares. *Encyclopedia of Research Design*.
- Baur et Lucey (2010) Is Gold a Hedge or a Safe Haven? An Analysis of Stocks, Bonds and Gold. *The Financial Review* 45: 217-229.
- Baur, Hong et Lee (2017) Bitcoin: Medium of exchange or speculative assets? *Journal of International Financial Markets, Institutions and Money* 54: 177-189.
- Blanchard (1979) Speculative Bubbles, Crashes and Rational Expectations. *Economics Letters* 3(4): 387-389.
- Böhme, Christin, Edelman et Moore (2015) Bitcoin: Economics, Technology, and Governance. *Journal of Economic Perspectives* 29(2): 213-238.
- Bollerslev, Engle et Wooldridge (1988) A Capital Asset Pricing Model with Time-Varying Covariances. *Journal of Political Economy* 96(1): 116-131.
- Bouoiyour, Selmi et Tiwari (2014) Is Bitcoin business income or speculative bubble? Unconditional vs. conditional frequency domain analysis.
- Bouri, Molnar, Azzi, Roubaud et Hagfors (2016) On the hedge and safe haven properties of Bitcoin: Is it really more than a diversifier? *Finance Research Letters* 20: 192-198.
- Brière, Oosterlinck et Szafarz (2015) Virtual currency, tangible return: Portfolio diversification with bitcoin. *Journal of Assets Management* 16(6): 365-373.
- Brunnermeier et Pedersen (2008) Market Liquidity and Funding Liquidity. *The Review of Financial Studies* 22(6) : 2201-2238.
- Carpenter (2016) Portfolio Diversification with Bitcoin. *Journal of Undergraduate Research in Finance* 6(1): 1-27.

- Chan et Tong (1986) On Estimating Thresholds in Autoregressive Models. *Journal of Time Series Analysis*. 7(3): 179-190.
- Cheah et Fry (2015) Speculative bubbles in Bitcoin markets? An empirical investigation into the fundamental value of Bitcoin. *Economics Letters* 130: 32-36.
- Chohan (2017) Cryptocurrencies: A Brief Thematic Review. *SSRN Electronic Journal*.
- Chuen, Guo et Wang (2017) Cryptocurrency: A New Investment Opportunity? *The Journal of Alternative Investments* 20(3): 16-40.
- Crosby, Nachiappan, Pattanayak, Verma et Kalyanaraman (2016) BlockChain Technology: Beyond Bitcoin. *Applied Innovation Review* 2: 8-12.
- Dong, Xu et Zhang (2019) Bubbly Bitcoin. *SSRN Electronic Journal*.
- Dumas (1994) Partial Equilibrium Versus General Equilibrium Models of the International Capital Market. *The Handbook of Macroeconomics*: 301-347.
- Eitrheim et Teräsvirta (1996) Testing the adequacy of smooth transition autoregressive models. *Journal of Econometrics* 74: 59-75.
- Eisl, Gasser et Weinmayer (2015) Caveat Emptor: Does Bitcoin Improve Portfolio Diversification? *SSRN Electronic Journal*.
- Engle (2012) Dynamic Conditional Correlation. *Journal of Business & Economic Statistics* 20(3): 339-350.
- Ennew et Sekhon (2007) Measuring trust in financial services: the Trust Index.
- Escribano et Jorda (1999) Improved testing and specification of smooth transition regression models. *Nonlinear Time Series Analysis of Economic and Financial Data* 1: 289-319.
- Farrar et Glauber (1967) Multicollinearity in Regression Analysis: The Problem Revisited. *The Review of Economics and Statistics* 49(1): 92-107.
- Ferson, Foerster et Keim (1993) General tests of latent variable models and mean-variance spanning. *The Journal of Finance* 48(1): 131-156.

- Franses et van Dijk (2000) Non-Linear Time Series Models in Empirical Finance. *Cambridge University Press*.
- Gerlach, Demos et Sornette (2019) Dissection of Bitcoin's Multiscale Bubble History from January 2012 to February 2018. *SSRN Electronic Journal*.
- Glaser, Zimmermann, Haferkorn, Weber et Siering (2014) Bitcoin - Asset or Currency? Revealing Users' Hidden Intentions. *ECIS 2014*.
- Glosten, Jagannathan et Runkle (1993) On the relation between the expected value of the volatility and the volatility of the nominal excess return on stocks. *The Journal of Finance* 48(5): 1779-1801.
- Groeneveld et Meeden (1984) Measuring Skewness and Kurtosis. *Journal of the Royal Statistical Society* 33(4): 391-399.
- Guesmi, Saadi, Abid et Ftiti (2018) Portfolio Diversification with Virtual Currency: Evidence from Bitcoin. *International Review of Financial Analysis*.
- Huberman et Kandel (1987) Mean-variance spanning. *The Journal of Finance* 42(4): 873-888.
- Iansiti et Lakhani (2018) La vérité sur la blockchain. *Harvard Business Review*.
- Jorion (1985) International Portfolio Diversification with Estimation Risk. *The Journal of Business* 58(3): 259-278.
- Kaizoji (2000) Speculative bubbles and crashes in stock markets: an interacting-agent model of speculative activity. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* 287(3-4): 493-506.
- Kan et Zhou (1997) Tests of Mean-Variance Spanning. *Annals of Economics and Finance* 13(1): 145-193.
- Klein, Hien et Walther (2018) Bitcoin Is Not the New Gold: A Comparison of Volatility, Correlation, and Portfolio Performance. *International Review of Financial Analysis* 59: 105-116.

- Kreuser et Sornette (2018) Super-Exponential RE Bubble Model with Efficient Crashes. *European Journal of Finance* 25(8): 1-31.
- Kreuser et Sornette (2018) Bitcoin Bubble Trouble. *Wilmott* 95: 30-39.
- Kroner et Sultan (1993) Time-Varying Distributions and Dynamic Hedging with Foreign Currency Futures. *The Journal of Financial and Quantitative Analysis* 28(4) : 535-551.
- Kyle et Xiong (2001) Contagion as a Wealth Effect. *The Journal of Finance* 56(4): 1401-1440.
- Li, Tao, Su et Lobont (2018) Does Bitcoin bubble burst ? *International Journal of Methodology* 53(1) : 91-105.
- Ling (2015) Value or Bubble? A Decomposition of the Bitcoin Price. *SSRN Electronic Journal*.
- Luukkonen, Saikkonen et Teräsvirta (1988) Testing Linearity against Smooth Transition Autoregressive Models. *Biometrika* 75(3): 491-499.
- Markowitz (1952) Portfolio Selection. *The Journal of Finance* 7(1): 77-91.
- Meucci (2010) Managing Diversification. *Risk* 22(5): 74-79.
- Morgan (1976) Stock Prices and Heteroscedasticity. *The Journal of Business* 49(4): 496-508.
- Nakamoto (2008) Bitcoin: A Peer-to-Peer Electronic Cash System.
- Pagan (1984) Econometric Issues in the Analysis of Regressions with Generated Regressors. *International Economic Review* 25(1): 221-247.
- Pagan (1996) The Econometrics of Financial Markets. *Journal of Empirical Finance* 3(1): 15-102.
- Phillips et Yu (2011) Dating the timeline of financial bubbles during the subprime crisis. *Quantitative Economics* 2(3): 455-491.
- Phillips, Wu et Yu (2011) Explosive behavior in the 1990s Nasdaq: When did exuberance escalate asset values? *International Economic Review* 52(1): 201-226.

- Pichet (2017) Bitcoin: speculative bubble or future value? *SSRN Electronic Journal*.
- Pilkington (2015) Blockchain Technology: Principles and Applications. *Handbook of Research on Digital Transformations*.
- Rao et Gabr (1980) A Test for Linearity of Stationary Time Series. *Journal of Time Series Analysis* 1(2): 145-158.
- Rachev, Mittnik, Fabozzi, Focardi et Jasic (2007) Financial Econometrics: From Basics to Advanced Modeling Techniques. *Financial Econometrics*.
- Reilly et Brown (2011) Investment Analysis and Portfolio Management.
- Rockafellar et Uryasev (2002) Conditional Value-at-Risk for General Loss Distributions. *Journal of Banking & Finance* 26: 1443-1471.
- Rouder, Speckman, Sun et Morey (2009) Bayesian t tests for accepting and rejecting the null hypothesis. *Psychonomic Bulletin & Review* 16: 225-237.
- Sias et Starks (1997) Return autocorrelation and institutional investors. *Journal of Financial Economics* 46(1): 103-131.
- Silvennoinen et Teräsvirta (2009) Multivariate GARCH Models. *Handbook of Financial Time Series* 201-229.
- Strikholm et Teräsvirta (2006) A sequential procedure for determining the number of regimes in a threshold autoregressive model. *The Econometrics Journal* 9(3): 472-491.
- Sujit et Kumar (2011) Study on Dynamic Relationship Among Gold Price, Oil Price, Exchange Rate and Stock Market Returns. *International Journal of Applied Business and Economic Research* 9(2): 145-165.
- Teräsvirta (1994) Specification, Estimation, and Evaluation of Smooth Transition Autoregressive Models. *Journal of the American Statistical Association* 89(425): 208-218.
- Uctum (2007) Économétrie des modèles à changement de régimes : un essai de synthèse. *L'actualité économique* 83(4) : 447-482.

van Dijk, Teräsvirta et Franses (2002) Smooth Transition Autoregressive Models—A Survey of Recent Developments. *Econometric Reviews* 21(1): 1–47.

Willis et Perlack (1978) Multicollinearity: Effects, Symptoms, and Remedies. *Journal of the Northeastern Agricultural Economics Council* 7(1): 55-61.

Wong, Silva et Saerbeck (2018) Cryptocurrency: A new investment opportunity? An investigation of the hedging capability of cryptocurrencies and their influence on stock, bond and gold portfolios. *Journal of Alternative Investments* 20(3): 16-40.

Wonnacott et Wonnacott (1990) Introductory Statistics.

Yermack (2015) Is Bitcoin a Real Currency? An Economic Appraisal. *Handbook of Digital Currency* 31-43.

---

## 8.2.SITES INTERNET

---

Bitcoin. Bitcoin Core [en ligne]  
[consulté le 21 mars 2019]  
Disponible sur : <https://bitcoin.org>

Bitcoin.fr. Satoshi Nakamoto [en ligne]  
[consulté le 21 mars 2019]  
Disponible sur : <https://bitcoin.fr>

Bitcoin.fr. Les grandes dates de Bitcoin [en ligne]  
[consulté le 28 mars 2019]  
Disponible sur : <https://bitcoin.fr>

Macrobond. [en ligne]  
[consulté le 15 novembre 2018]  
Disponible sur : <https://www.macrobond.com>

Minitab. Signification statistique et pratique [en ligne]  
[consulté le 27 mars 2019]  
Disponible sur : <https://support.minitab.com>

Yahoo Finance. Cours du Bitcoin (BTC) [en ligne]

[consulté le 28 mars 2019]

Disponible sur : <https://uk.finance.yahoo.com>